

**ZAUDIR DAL' CORTIVO**

**APLICAÇÃO DO CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO EM  
SEQÜÊNCIAS CURTAS DE PRODUÇÃO E ANÁLISE ESTATÍSTICA  
DE PROCESSO ATRAVÉS DO PLANEJAMENTO ECONÔMICO.**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Ciências, pelo Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, na Área de Concentração Programação Matemática e na Linha de Pesquisa em Métodos Estatísticos Aplicados à Engenharia, dos Setores de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal do Paraná.

**Orientador: Prof. Dr. Anselmo Chaves Neto.**

**CURITIBA  
2005**

## **TERMO DE APROVAÇÃO**

**ZAUDIR DAL´ CORTIVO**

### **APLICAÇÃO DO CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO EM SEQUÊNCIAS CURTAS DE PRODUÇÃO E ANÁLISE ESTATÍSTICA DE PROCESSO ATRAVÉS DO PLANEJAMENTO ECONÔMICO.**

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Ciências, pelo Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, na Área de Concentração em Programação Matemática e na Linha de Pesquisa em Métodos Estatísticos Aplicados à Engenharia, dos Setores de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal do Paraná. A Dissertação foi aprovada pela seguinte Comissão Examinadora:

Orientador: Prof. Dr. Anselmo Chaves Neto  
PPGMNE/DEST- UFPR

Prof. Dr. Marcelo Gechele Cleto  
PEGMEC/ UFPR

Prof. Dr. Eng. Marco Antonio Barbosa Cândido  
PPGEPS/ PUC-PR

Curitiba, 05 de outubro de 2005

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, porque me abençoou com a minha admissão e conclusão deste curso.

“Ó SENHOR, meu Deus, com o teu grande poder e com a tua força, fizeste o céu e a terra. Nada é impossível para ti.” Profeta Jeremias 32:17

“Não temas, porque eu sou contigo; não te assombres, porque eu sou o teu Deus; eu te fortaleço, e te ajudo, e te sustento com a minha destra fiel.” Profeta Isaías 41:10

A minha esposa Carmen e ao meu filho Pedro pelo incentivo.

Ao Professor Anselmo Chaves Neto pela orientação para realização deste trabalho.

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE GRÁFICOS.....</b>	<b>v</b>
<b>LISTA DE QUADROS.....</b>	<b>v</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>vi</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>vii</b>
<b>LISTA DE ABRAVIATURAS E LISTA DE SIGLAS.....</b>	<b>viii</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>ix</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>x</b>
<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	1
1.2 IMPORTÂNCIA DO TRABALHO.....	2
1.3 OBJETIVOS DO TRABALHO.....	2
1.3.1 Objetivos Específicos.....	3
1.4 LIMITAÇÕES DO TRABALHO.....	3
1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	3
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>5</b>
2.1 INSPEÇÃO DE QUALIDADE.....	5
2.2 INSPEÇÃO POR ACEITAÇÃO.....	5
2.3 MÉTODOS DE INSPEÇÃO.....	9
2.4 CURVA CARACTERÍSTICA DE OPERAÇÃO (CCO).....	9
2.5 NÍVEL DE QUALIDADE ACEITÁVEL E INACEITÁVEL.....	10
2.6 DETERMINAÇÃO DO PLANO DE AMOSTRAGEM.....	10
2.6.1 Inspeção de Retificação.....	11
2.6.2 Amostragem Simples.....	12
2.6.3 Plano de Amostragem Dupla.....	13
2.6.4 Plano de Amostragem Múltipla.....	13
2.6.5 Planos de Amostragem da Norma Brasileira NBR 5426.....	13
2.6.6 Diretrizes para o uso da Amostragem de Aceitação.....	14
2.7 ESTATÍSTICA DA QUALIDADE.....	17
2.7.1 Breve Histórico.....	16
2.7.2 Conceito de Qualidade.....	16
2.7.3 Variabilidade.....	21
2.8 IMPLEMENTAÇÃO.....	23
2.9 CARTAS DE CONTROLE.....	24
2.9.1 Cartas de Controle para Variáveis.....	25
2.9.1.1 Carta $\bar{X}$ .....	26
2.9.1.2 Cartas $\bar{X}$ e R.....	29
2.9.1.3 Cartas $\bar{X}$ e s.....	32
2.9.1.4 Carta do valor individual e amplitude móvel.....	34
2.9.1.5 Carta da média e amplitude móvel.....	35

2.9.2 Cartas de Controle para Atributos.....	37
2.9.2.1 Carta de controle P.....	38
2.9.2.2 Carta NP.....	40
2.9.2.3 Carta C.....	40
2.9.2.4 Carta U.....	42
2.10 ERRO TIPO I E ERRO TIPO II.....	45
2.10.1 Teste de Hipóteses.....	45
2.10.2 Carta $\bar{X}$ .....	47
2.10.3 Carta R.....	49
2.10.4 Cartas $\bar{X}$ e R.....	51
2.10.5 Carta NP.....	52
2.10.6 Cartas C e U.....	53
2.11 CARTAS PARA SEQUÊNCIAS CURTAS DE PRODUÇÃO.....	55
2.11.1 Carta de Controle Nominal ou Delta.....	56
2.11.2 Carta Alvo ou Target.....	59
2.11.3 Cartas Padronizadas de $\bar{X}$ e R , $\bar{X}$ e s (ou Pequenos Lotes).....	60
2.11.4 Cartas de Controle Padronizados para Atributos.....	63
2.12 CARTAS DE CONTROLE DE GRUPOS E PARA BATELADAS.....	67
2.12.1 Cartas de Controle de Grupos.....	67
2.12.2 Cartas de Controle para Bateladas.....	69
2.13 PLANEJAMENTO ECONÔMICO.....	69
2.13.1 Planejamento econômico: abordagem segundo Lorenzen e Vance.....	74
2.13.1.1 Duração de um ciclo.....	74
2.13.1.2 Função custo.....	77
2.14 FERRAMENTAS BÁSICAS DA QUALIDADE.....	81
2.14.1 Diagrama de Pareto.....	81
2.14.2 Folha de verificação.....	81
2.14.3 Diagrama de causa e efeito (Ishikawa).....	82
2.15 AUTOCORRELAÇÃO.....	82
2.16 CAPACIDADE DO PROCESSO.....	83
2.17 NORMALIDADE.....	85
2.17.1 Testes de Aderência.....	85
2.17.2 Teste de Shapiro-Wilks.....	86
2.17.3 Teste de Komogorov-Smirnov(K-S).....	86
2.17.4 Gráficos de Probabilidades.....	87
2.18 SUBGRUPOS RACIONAIS.....	87
<b>3. MATERIAL E MÉTODO.....</b>	<b>88</b>
3.1 PROPOSTA DE IMPLEMENTAÇÃO DE CEP.....	88
3.1.1 Introdução.....	88
3.1.2 Inspeção de Qualidade.....	88
3.1.3 Implantação das Cartas de Controle.....	89

3.1.3.1 Procedimento para a construção das cartas de controle.....	92
3.1.3.1.1 Cartas padronizadas para atributos.....	92
3.1.3.1.2 Procedimento para carta C ou U para pequenos lotes.....	94
3.1.4 Coleta de Dados.....	95
3.1.5 Cálculo do Risco $\alpha$ , $\beta$ e Construção da CCO.....	97
3.1.5.1 Cálculo do risco $\alpha$ , $\beta$ e construção da CCO para placa A.....	97
3.1.5.2 Construção da carta de controle para placa A.....	101
3.1.5.3 Cálculo do risco $\alpha$ e $\beta$ para a placa B.....	104
3.1.5.4 Construção da carta de controle para placa B.....	108
3.1.5.5 Análise das cartas de controle C pequenos lotes.....	111
3.1.5.6 Análise das cartas de controle das placas A e B.....	112
3.1.6 Cartas Padronizadas para Placas CP e KR.....	114
3.1.6.1 Construção das cartas para as placas CP e KR.....	116
3.1.6.2 Análise das cartas de controle das placas CP e KR.....	120
3.2 MONITORAMENTO SUPERVISIONADO: ANÁLISE DE UMA SOLUÇÃO.....	122
3.2.1 Introdução.....	122
3.2.2 Conhecendo o Processo.....	123
3.2.3 Monitoramento Supervisionado Versus CEP Tradicional.....	124
3.2.4 Análise Através do Planejamento Econômico.....	131
<b>4. RESULTADOS E CONCLUSÕES.....</b>	<b>136</b>
4.1 RESULTADOS.....	138
4.2 CONCLUSÕES.....	140
<b>5. REFERÊNCIAS.....</b>	<b>144</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>145</b>
Anexo 1 - Carta de Controle Padronizada para Atributos.....	146
Anexo 2 - Carta de Controle para Atributos para Pequenos Lotes.....	147
Anexo 3 - Limites de Controle para Cartas C Pequenos Lotes.....	148
Anexo 4 - Tabela de Valores de C - Distribuição de Poisson.....	147
Apêndice 1 - Relação de Variáveis.....	148

## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 - CCO DA PLACA A COM N=10, N=15 E N=20.....	101
GRÁFICO 2 - CARTA DE CONTROLE PEQUENOS LOTES DA PLACA A.....	104
GRÁFICO 3 - CCO PARA A PLACA B COM N=10, N=15 E N=20.....	108
GRÁFICO 4 - CARTA DE CONTROLE PEQUENOS LOTES PARA A PLACA B.....	111
GRÁFICO 5 - DIAGRAMA DE PARETO PARA A PLACA A.....	113
GRÁFICO 6 - DIAGRAMA DE PARETO PARA A PLACA B.....	113
GRÁFICO 7 - CARTA DE CONTROLE PADRONIZADA C PARA AS PLACAS CP E KR.....	117
GRÁFICO 8 - CARTA DE CONTROLE PADRONIZADO C PARA AS PLACAS CP E KR (2º CARTA).....	119
GRÁFICO 9 - DIAGRAMA DE PARETO PARA A PLACA KR.....	120
GRÁFICO 10 - DIAGRAMA DE PARETO PARA A PLACA CP.....	120
GRÁFICO 11 - CARTA CONVENCIONAL $\bar{X}$ DA PEÇA D.....	125
GRÁFICO 12 - CARTA S PARA A PEÇA D.....	126
GRÁFICO 13 - CURVA CARACTERÍSTICA DE OPERAÇÃO DA PEÇA D.....	129

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - FERRAMENTAS DA QUALIDADE.....	6
QUADRO 2 - FORMAS DE ABORDAGENS PARA IMPLEMENTAÇÃO DO CEP.....	23
QUADRO 3 - TESTE DE HIPÓTESE: RISCO $\alpha$ E $\beta$ .....	46
QUADRO 4 - FÓRMULAS PARA CARTAS DE CONTROLE PARA ATRIBUTOS PADRONIZADOS PARA SEQUÊNCIAS CURTAS DE PRODUÇÃO.....	66

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - COLETA DE DADOS DAS PLACAS A E B.....	95
TABELA 2 - TOTAL DE DEFEITOS DAS PLACAS A E B.....	96
TABELA 3 - MÉDIA DE DEFEITOS DAS PLACAS A E B.....	97
TABELA 4 - CÁLCULO DO RISCO $\alpha$ E $\beta$ PARA A PLACA A, N=20.....	98
TABELA 5 - CÁLCULO DO RISCO $\alpha$ E $\beta$ PARA A PLACA A, N=15.....	99
TABELA 6 - CÁLCULO DO RISCO $\alpha$ E $\beta$ PARA A PLACA A, N=10.....	100
TABELA 7 - COLETA DE AMOSTRAS DA PLACA A.....	102
TABELA 8 - CÁLCULO DO RISCO $\alpha$ E $\beta$ PARA PLACA B, N=10.....	105
TABELA 9 - CÁLCULO DO RISCO $\alpha$ E $\beta$ PARA PLACA B, N=15.....	106
TABELA 10 - CÁLCULO DO RISCO $\alpha$ E $\beta$ PARA PLACA B, N=20.....	107
TABELA 11 - COLETA DAS AMOSTRAS PARA PLACA B.....	109
TABELA 12 - NÚMERO DE DEFEITOS COLETADOS PARA AS PLACAS CP E KR..	114
TABELA 13 - MÉDIA DE DEFEITOS.....	115
TABELA 14 - COLETA DAS AMOSTRAS PARA AS PLACAS CP E KR.....	116
TABELA 15 - COLETA DAS AMOSTRAS PARA AS PLACAS CP E KR (2º CARTA)..	118
TABELA 16 - CÁLCULO DO RISCO $\alpha$ PARA A PEÇA D.....	128
TABELA 17: CÁLCULO DO RISCO $\beta$ PARA A PEÇA D.....	130
TABELA 18 - VALORES OBTIDOS PARA AS VARIÁVEIS DO PLANEJAMENTO ECONÔMICO.....	132
TABELA 19 - VALORES SOLUÇÃO ÓTIMA PARA $\lambda=0,0002$ .....	133
TABELA 20 - AVALIAÇÃO DO PLANEJAMENTO DA EMPRESA R, COM $\lambda=0,0002$ .	134
TABELA 21 - VALORES SOLUÇÃO ÓTIMA PARA $\lambda=0,0004$ .....	135
TABELA 22 -AVALIAÇÃO DO PLANEJAMENTO DA EMPRESA R, COM $\lambda=0,0004$	135



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - CURVA CARACTERÍSTICA DE OPERAÇÃO – CCO.....	11
FIGURA 2 - FLUXOGRAMA PARA AMOSTRAGEM SIMPLES.....	12
FIGURA 3 - FLUXOGRAMA PARA O PLANO DE AMOSTRAGEM NBR 5426.....	15
FIGURA 4 - GRAU DE VARIABILIDADE DE UM PROCESSO.....	20
FIGURA 5 - ENTRADA E SAÍDA DE UM PROCESSO.....	21
FIGURA 6 - CARTA DE CONTROLE PARA $\bar{X}$ .....	23
FIGURA 7 - FLUXOGRAMA PARA CARTAS PARA VARIÁVEIS.....	30
FIGURA 8 - FLUXOGRAMA PARA CARTAS PARA ATRIBUTOS.....	44
FIGURA 9 - DIAGRAMA DE ISHIKAWA.....	82
FIGURA 10 - FLUXOGRAMA PARA IMPLEMENTAÇÃO.....	90

**LISTA DE ABREVIATURAS E LISTA DE SIGLAS**

ABNT	-	Associação Brasileira de Normas Técnicas.
ARL	-	Average Run Length
ATS	-	Average Time to Sinal.
CCO	-	Curva Característica de Operação.
CEQ	-	Controle Estatístico da Qualidade.
CEP	-	Controle Estatístico de Processo.
DOE	-	Delineamento de Experimentos.
LSC	-	Limite Superior de Controle.
LIC	-	Limite Inferior de Controle.
LSE	-	Limite Superior de Especificação de Engenharia.
LIE	-	Limite Inferior de Especificação de Engenharia.
NQA	-	Nível de Qualidade Aceitável.
NQI	-	Nível de Qualidade inaceitável.

## RESUMO

Este trabalho mostra a implantação de técnicas do Controle Estatístico de Qualidade (CEQ) em uma indústria, com ênfase em técnicas de Controle Estatístico de Processo (CEP) nas situações em que as técnicas tradicionais ou convencionais não são viáveis, em razão do processo não ser contínuo, já que há troca de produtos durante o processo de produção e conseqüentemente têm-se pequenos lotes. Poderia se afirmar que a produção é contínua, entretanto por serem produzidos vários produtos no mesmo processo e obtêm-se intervalos com a interrupção de produção de produtos, o que dificulta a coleta do número necessário de amostras para a primeira fase de instalação do CEP. Estes processos são também conhecidos como seqüências curtas de produção ou em pequenos lotes. O trabalho inicia com a apresentação de algumas técnicas de Controle Estatístico de Qualidade, e aborda os vários métodos do CEP tradicional e do não tradicional. Para tanto, foi desenvolvida uma metodologia para implantação do CEP, adaptado à realidade da empresa. Na seqüência foram feitas coletas de amostras, construções das cartas de controle e as interpretações, ou seja, as análises. Os resultados obtidos mostram o processo sob controle, mas se deve continuar o acompanhamento com o objetivo de diminuir a variabilidade do processo. Também é feita a análise de uma solução para monitoramento de processo usado por uma indústria de autopeças. Finalmente, são apresentadas sugestões para melhoria do processo de produção.

**Palavras-chave:** Controle Estatístico da Qualidade, Controle Estatístico de Processo, Controle estatístico de processo para seqüências curtas de produção ou para pequenos lotes, Planejamento Econômico para Cartas de Controle.

## **ABSTRACT**

This study shows the implementation of Statistical Quality Control techniques (SQL) in a company with emphasis on Statistical Process Control techniques (SPC). The decision to adopt such techniques was prompted by the fact that there are situations in which traditional or conventional techniques are not viable, as the process is not continuous, there is a change in the products during the manufacturing process, and consequently, fewer lots are produced. It might be said that production is continuous; however, several products are manufactured in the same process, leading to production interruption. Consequently, the collection of the necessary samples makes the SQL first-phase implementation difficult. These processes are also known as short runs. This study initially presents some techniques for the Statistical Quality Control, mainly the ones involving the traditional and non-traditional Statistical Process Control. A specific methodology for the implementation SPC was developed, bearing in mind the company's reality. Next, samples were collected, control chart were prepared, their readings and analyses were performed. The results obtained reveal that the process is under control; however, a follow-up is necessary to reduce process variability. Moreover, a process control solution in an auto parts industry and suggestions for process improvement are proposed.

**Key Words:** Statistical Quality Control, Statistical Process Control, Statistical Process Control for Short Runs, Economic Design for Control Chart.

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Desde o início da história da humanidade, existe a preocupação com a qualidade dos produtos oriundos da agricultura, da manufatura e da criação de animais. Uma das técnicas usadas para examinar cereais consistia em furar os sacos para observar a qualidade dos grãos. Isto para um estatístico significaria apenas coletar uma amostra. Atualmente, devido a grande concorrência, a qualidade é condição de sobrevivência da empresa e, logicamente, toda empresa que coloca seu produto ou serviço no mercado, também tem a preocupação com a qualidade.

Toda empresa precisa de técnicas que permitam ao seu produto a qualidade desejada. Não se pode mais apenas exigir que as pessoas façam o melhor que podem ou cobrar resultados, é necessário o uso de ferramentas que auxiliem no controle de falhas e no aperfeiçoamento dos processos de produção.

Como uma empresa pode avaliar a qualidade de seu processo e conseqüentemente de seu produto? O Controle Estatístico de Qualidade (CEQ) possui técnicas que permite acompanhar, avaliar e corrigir o processo de produção. Desde a aplicação, na década de vinte, pela *Bell Telephone Laboratories*, o Controle Estatístico de Qualidade vem sendo usado por muitas empresas para aperfeiçoamento contínuo da qualidade. Os métodos de melhoria da qualidade aplicam-se a qualquer área de uma companhia ou organização, incluindo manufatura, desenvolvimento de processo, planejamento de engenharia e assistência técnica a produtos.

O uso adequado destas técnicas pode trazer grandes benefícios para a empresa como a satisfação de seus clientes, menor custo de produção, maior demanda, melhor relação com seus funcionários e lucratividade.

## 1.2 IMPORTÂNCIA DO TRABALHO

O uso do Controle Estatístico de Processo (CEP) é uma subárea do Controle Estatístico de Qualidade e é um método para compreender, monitorar e melhorar o processo de produção continuamente. O CEP tradicional é aplicado em processos com um único produto e com grande produção, foi desenvolvido para ser aplicado para este tipo de situação com raras mudanças na produção. Entretanto, existem situações em que o processo não é contínuo, no sentido de que a produção é interrompida para entrada de um outro produto ou esta é em pequenas quantidades. Obtêm-se, então, uma produção fragmentada e se pode dizer: O CEP é uma grande ferramenta, mas não para este processo de produção. Estes tipos de processos são conhecidos como Processos de Sequências Curtas de Produção ou de Pequenos Lotes. Não é fácil definir o que seja um pequeno lote de produção. Neste trabalho, referir-se-á a todas aquelas situações nas quais, em função dos dados disponíveis, ocorrem dificuldades na aplicação do CEP convencional. Apesar de poucos livros da área de qualidade abordarem o assunto, pode existir solução para este tipo de processo de produção, por meio do Controle Estatístico de Processo para Pequenos Lotes.

## 1.3 OBJETIVO DO TRABALHO

Aplicação de técnicas do Controle Estatística da Qualidade em uma indústria de sistemas eletrônicos com o uso do CEP para pequenos lotes e a aplicação do planejamento econômico de processo para uma indústria de autopeças.

### 1.3.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Caracterizar a empresa e o seu processo de produção;
- Elaborar projeto de implementação de inspeção de qualidade e de Controle Estatístico de Processo;
- Identificar as características de qualidade do processo que devem ser monitoradas;
- Selecionar as cartas de controle que melhor se aplicam à característica de qualidade a ser monitorada;
- Desenvolver um procedimento para a construção das cartas de controle;
- Realizar análise estatística do processo;
- Analisar as cartas de controle e identificar os fatores das causas especiais;
- Sugerir mudanças que venham melhorar o processo de produção.

### 1.4 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

Devido a empresa não utilizar o Controle Estatístico de Qualidade, existem poucas informações registradas do controle de qualidade do processo produtivo. Quando existem dados, estes não estão no formato ideal para implementação do CEP. Outra limitação é que a empresa trabalha com encomendas, logo estes produtos impossibilitam o monitoramento com cartas de controle convencionais, porque não possuem histórico de produção, além de serem produzidas em pequenas quantidades.

### 1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho está estruturado em quatro capítulos, a saber: no capítulo I está introdução com a justificativa, o objetivo geral e os específicos. A seguir tem-se o

capítulo II onde está o referencial teórico. Que apresenta os principais conceitos do Controle Estatístico da Qualidade, com principal destaque para o CEP tradicional e para pequenos lotes. O capítulo III que é a proposta de implementação de CEP, aborda-se a aplicação das técnicas do Controle Estatístico de Qualidade, análise dos resultados obtidos e a vantagens e desvantagens do uso das cartas de controle para pequenos lotes. E finalmente o capítulo IV traz os comentários sobre o trabalho realizado. São feitas generalizações e sugestões para o melhoramento da qualidade do processo e do produto. Também apresenta algumas recomendações para futuras pesquisas.



## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 INSPEÇÃO DE QUALIDADE

A inspeção de qualidade é a primeira etapa para o controle de qualidade de uma empresa, embora existam empresas, com um grau de qualidade mais desenvolvido, que não fazem diretamente a inspeção de qualidade. O motivo deste procedimento é uma filosofia mais avançada, em que a tendência é substituir a inspeção de recebimento por um trabalho com os fornecedores, através de auditorias nos processos do fornecedor. Este trabalho junto aos fornecedores visa assegurar a qualidade de seus produtos. Em seu artigo, VERMANI (2003), da *The Boeing Company* relata o trabalho conjunto aos fornecedores de uma das unidades da empresa com o objetivo de reduzir os custos de produção, mantendo a qualidade de seus produtos e sem sacrificar o lucro. Para esta unidade ter custos competitivos, os fornecedores também têm que ser competitivos. Apresentando mais um exemplo da própria Boeing, os fornecedores devem ter longa experiência com Controle Estatístico de Qualidade, e trabalhar com alta capacidade de processo. Mas quando a inspeção de qualidade é conveniente? Quando não se conhece o fornecedor e a capacidade de seu processo. E ainda quando o componente não pode ter defeitos, o seu valor é alto, quando a avaliação da qualidade da unidade produzida requer um teste destrutivo, segundo MONTGOMERY (2004). Pode-se resumir o Controle Estatístico de Qualidade em três ferramentas básicas, conforme quadro 1.

### 2.2 INSPEÇÃO POR ACEITAÇÃO

Na inspeção por amostragem, itens são aleatoriamente selecionados do lote para compor a amostra. Dependendo do número de defeitos ou do número de defeituosos na amostra, o lote é aceito ou rejeitado. Por que é importante uma boa amostragem?

Operações como inspeção e amostragem não agregam valor ao produto e somente são realizadas para verificar se os produtos e processos atendem as especificações; visto que se eles fossem “perfeitos”, não seria necessário fazê-las. A amostragem deve ser realizada adequadamente e também, ser representativa do todo, em quantidades suficientes para a realização dos ensaios, pois poderá fornecer resultados diferentes da realidade, mesmo que os métodos de testes estejam padronizados e os equipamentos sejam adequados e devidamente calibrados, sob a proteção de uma norma ou método padronizado.

QUADRO 1 - FERRAMENTAS DA QUALIDADE.

Estratégia	Objetivos	Ferramenta
Controle do produto	Inspecionar produtos e separar itens conformes e não-conformes.	Inspeção por amostragem.
Controle do processo	Monitorar o processo e manter sua variação previsível.	Controle Estatístico de Processo (CEP).
Qualidade do Projeto	Identificar variáveis que afetam o produto e o processo.	Delineamento de Experimentos (DOE)

FONTE: RAMOS (1996)

Tão importante quanto determinar quantos itens devem ser examinados na inspeção por amostragem (tamanho da amostra), é determinar como coletar estes itens. Algumas técnicas de coleta de amostras são: amostragem simples (aleatória) quando todos os itens do lote têm igual chance de pertencer à amostra (sorteio). Na amostragem sistemática os itens encontram-se ordenados, e a retirada de elementos da amostra é feita periodicamente. Na amostragem estratificada, o lote encontra-se dividido em vários estratos e as amostras são coletadas aleatoriamente de cada estrato. E na amostragem por agrupamentos, o lote encontra-se fisicamente dividido em pequenos grupos, que são sorteados para formar a amostra.

Existem normas específicas para a realização de planos de amostragem, como ABNT NBR 5426 – inspeção por atributos e ABNT NBR 5629 – inspeção por variáveis. Um plano de amostragem pode ser desenvolvido, sem o uso das normas da ABNT. Para inspeção por atributos, em que a variável é Binomial, deve-se determinar o NQA (Nível de Qualidade Aceitável) e sua probabilidade de ocorrer ( $p_0$ ) e o NQI (Nível de Qualidade Inaceitável) e sua probabilidade de ocorrer ( $p_1$ ) e também determinar o procedimento para coleta.

O plano de amostragem ideal é o plano que rejeita todos os lotes piores que um padrão e aceita todos os lotes iguais ao padrão. Na realidade é um plano que não pode ser desenvolvido.

O seguinte teste de hipóteses está associado à inspeção para a aceitação, quando a variável tem distribuição de probabilidade binomial.

$$H_0: p = p_0$$

$$H_1: p > p_0$$

Sendo  $p_0$  a proporção de defeituosos que o processo produz. Se o processo estiver operando adequadamente em controle essa proporção gira em torno de  $p_0$ . Se o processo não estiver operando adequadamente, há aumento na proporção de defeituosos. Sempre existe o risco (ou chance) de que bons lotes possam ser rejeitados. Este risco é conhecido como risco tipo I, ou risco  $\alpha$  ou risco do produtor. Existe também o risco de aceitar lotes defeituosos, isto é, lotes em que a proporção de defeituosos é superior a  $p_0$ . Este risco é conhecido como risco tipo II, risco  $\beta$  ou risco do consumidor.

Três aspectos da amostragem por aceitação são importantes, segundo MONTGOMERY (2004):

- 1) O objetivo da amostragem de aceitação é verificar se o lote que esta sendo examinado é aceito ou não, não deve ser usado para estimar sua qualidade.

- 2) Os planos de amostragem de aceitação não fornecem qualquer forma direta de controle de qualidade. Controles de processo são usados para controlar e melhorar a qualidade.
- 3) A amostragem de aceitação serve de ferramenta de verificação para garantir que a saída do processo esteja de acordo com as especificações.

Para inspecionar os lotes pode-se aborda-lo nas seguintes formas:

- 1) Inspeção a 100%

Inspeção de todas as unidades do produto (cada unidade é aceita ou rejeitada individualmente)

- 2) Inspeção por amostragem.

Inspeção de uma amostra constituída por uma ou mais unidades de produto, escolhido aleatoriamente.

- 3) Aceitar sem inspeção.

A aceitação sem inspeção é útil em situações em que ou o processo do fornecedor é tão adequado que dificilmente se encontram peças defeituosas, ou quando não há justificativa econômica para procurar unidades defeituosas.

A definição de inspeção segundo a norma NBR 5425/85 é: Processo de medir, ensaiar ou examinar a unidade de produtos, no sentido de verificar se suas características estão de acordo com as especificações. Esse processo visa separar unidades não aceitáveis das aceitáveis; avaliar o grau de não conformidade com os requisitos estabelecidos; relatar as deficiências para os responsáveis; assegurar que os requisitos de qualidade foram atendidos.

Existem algumas vantagens quando se faz a inspeção por amostragem, ao invés de se fazer à inspeção 100%, segundo CALEGARE (1985):

1) Redução de custos e de tempo de inspeção.

A inspeção 100% exige mais horas de trabalho, mais funcionários, e conseqüentemente maior tempo para inspeção. Com mais horas de trabalho; há aumento do custo e de tempo para inspeção, a produção é menor e, conseqüentemente o aumento no tempo para produção, há menor competitividade.

2) Maior garantia de conformidade em inspeções rotineiras, em que a fadiga do inspetor é fator importante.

## 2.3 MÉTODOS DE INSPEÇÃO

A) Inspeção por variáveis: variável é uma característica ou propriedade que é apreciada em termos de valores, em uma escala numérica continua (grau de conformidade da unidade de produto com requisitos especificados).

B) Inspeção por atributos: atributo é uma característica ou propriedade da unidade de produto, o qual é apreciado em termos da ocorrência de um determinado requisito especificado.

O uso das normas da ABNT é muito simples, e por este motivo, pode ser um fator importante e decisivo na elaboração do plano de amostragem, porém traz algumas limitações, como a determinação de alguns dados que não são obtidos diretamente pelo uso das normas, como o poder de teste, erro tipo I (risco do produtor), erro tipo II (risco do consumidor).

## 2.4 CURVA CARACTERÍSTICA DE OPERAÇÃO (CCO)

É uma ferramenta muito importante para a seleção de um plano de amostragem. Através da CCO, pode-se avaliar o desempenho do plano de amostragem. Ela indica a percentagem de lotes que se espera aceitar, para uma dada qualidade. É também utilizada para determinar os riscos tipo I,  $\alpha$  (risco do produtor) e risco tipo II,  $\beta$  (risco do consumidor) para o plano de amostragem. Para uma dada fração de defeituosos  $p$ ,

de um determinado lote, a CCO apresenta a probabilidade de aceitação de um lote versus a fração de defeituosos do lote. A CCO mostra o poder discriminatório do plano amostral. A figura 1 mostra o poder de teste para características com distribuição Binomial, quanto mais próximo do eixo vertical, maior é o poder de teste.

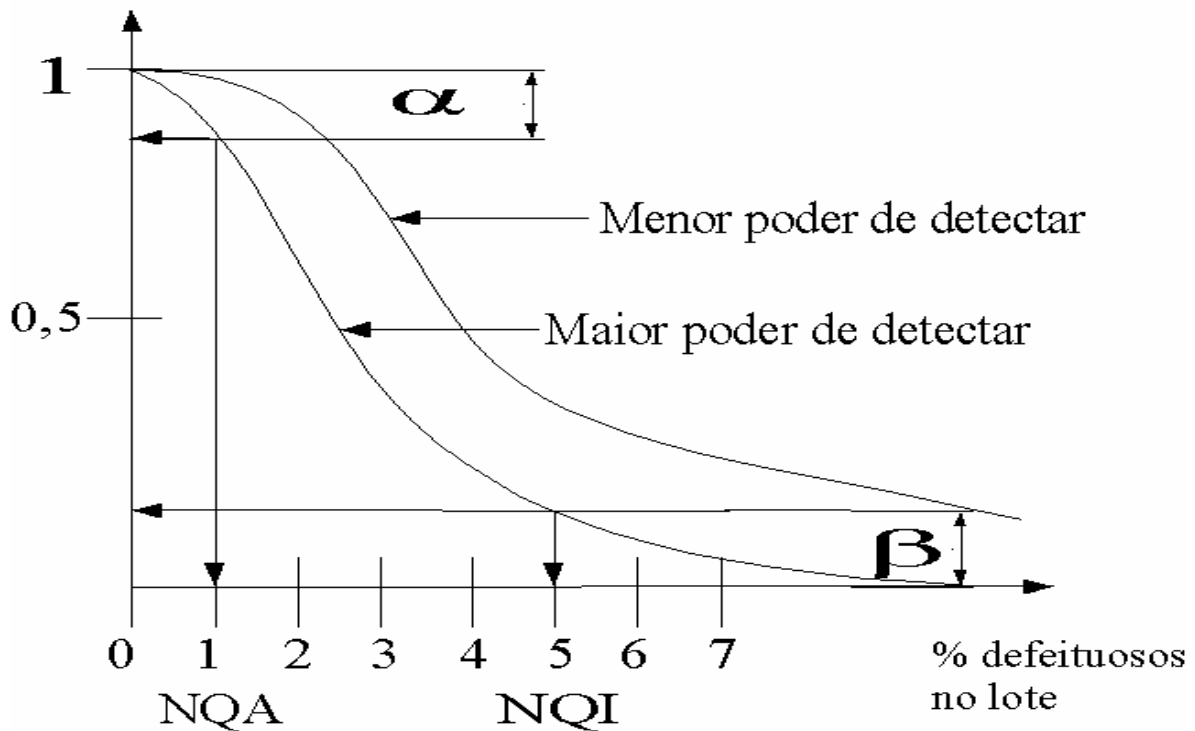
## 2.5 NÍVEL DE QUALIDADE ACEITÁVEL E INACEITÁVEL

O NQA ou  $p_0$  é a máxima proporção de defeituosos que o consumidor considera como média do processo. A NQA representa o nível de qualidade mais baixo para o processo do vendedor que o consumidor consideraria aceitável como média do processo. NQI ou  $p_1$  é uma proporção de defeituosos que o consumidor considera totalmente insatisfatória como média de um processo. É o mais baixo nível de qualidade que o consumidor esta disposto a aceitar em um lote individual.

## 2.6 DETERMINAÇÃO DO PLANO DE AMOSTRAGEM

O plano de amostragem consiste em determinar a probabilidade de aceitação  $1-\alpha$  para lotes com fração de defeituosos  $p_0$ , e a probabilidade de aceitação  $\beta$  para lotes com fração de defeituosos  $p_1$ . Para isto, pode-se simplesmente utilizar a norma NBR, ou ainda construir a CCO, simulando várias situações e escolhendo a mais apropriada. COSTA, EPPRECHT E CARPINETTI (2004) desenvolveram algoritmos para variáveis com distribuição Binomial e Poisson, além de desenvolverem um programa simples no Microsoft® Excel para característica conforme ou não-conforme. MONTGOMERY (2001) apresentou um nomograma Binomial, de fácil utilização, no qual são traçadas duas linhas; uma ligando  $p_0$  e  $1-\alpha$  e a outra ligando  $p_1$  e  $\beta$ , o cruzamento das duas retas fornece a região na qual se localiza o plano de amostragem desejado.

FIGURA 1 - CURVA CARACTERÍSTICA DE OPERAÇÃO – CCO.



FONTE: Adaptado de RAMOS (1995)

### 2.6.1 Inspeção de Retificação

Existem programas de amostragem de aceitação que exigem ação corretiva quando lotes são rejeitados. Quando lotes forem reprovados pelo plano de inspeção, os lotes serão inspecionados 100% e todos os seus itens defeituosos serão substituídos por bons. A proporção média de defeituosos que o comprador adquire com a inspeção retificadora é chamada de qualidade média resultante (QMR),

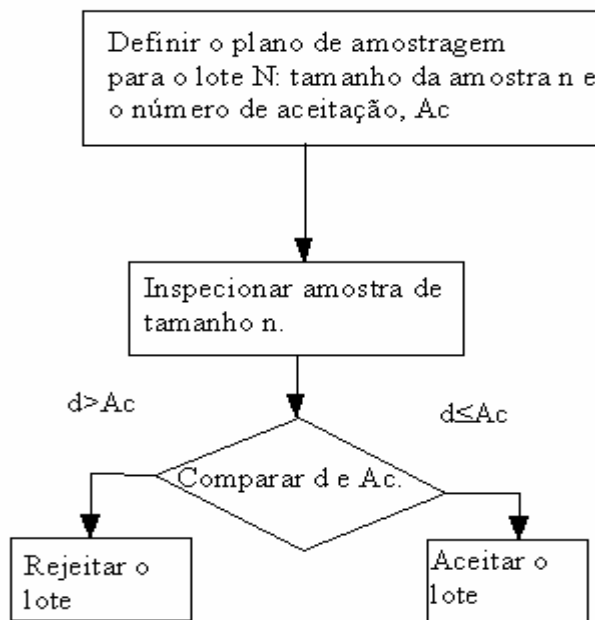
$$QMR = \frac{P_a \cdot p(N - n)}{N} \cong P_a \cdot p$$

Em que  $P_a$  é a probabilidade de aceitação,  $p$  é a fração de defeituosos,  $N$  é o tamanho da amostra e  $n$  é item na amostra a qual, após inspeção, não contém defeituoso, porque todos os defeituosos descobertos foram substituídos.

### 2.6.2 Amostragem Simples

No plano de amostragem simples, apenas toma-se uma amostra de tamanho  $n$  do lote de  $N$  elementos. Se o número de defeitos ( $d$ ) for menor ou igual ao número de aceitação ( $c$ ), o lote é aceito. Se o número de defeitos for maior que o número de aceitação, o lote é rejeitado. Na figura 2, tem-se o fluxograma para implantação do plano de Amostragem Simples.

FIGURA 2 - FLUXOGRAMA PARA AMOSTRAGEM SIMPLES.





### 2.6.3 Plano de Amostragem Dupla

Um plano de amostragem dupla é um procedimento no qual, sob certas circunstâncias, exige-se uma segunda amostra antes de o lote ser sentenciado. Os seguintes parâmetros são necessários: dois tamanhos de amostra  $n_1$  e  $n_2$ , dois números de aceitação,  $Ac_1$  e  $Ac_2$  e um número de rejeição  $Re_1$ . Retira-se uma amostra de tamanho  $n_1$ , se o número de defeitos  $d_1$  for menor ou iguala  $Ac_1$ , se aceita o lote, se  $d_1$  é maior ou igual a  $Re_1$ , rejeita-se o lote. Se  $Ac_1 < d_1 < Re_1$ , deve-se tomar uma segunda amostra  $n_2$ , para  $d_1 + d_2 \leq Ac_2$ , se aceita o lote, para  $d_1 + d_2 > Ac_2$ , rejeita-se o lote.

### 2.6.4 Plano de Amostragem Múltipla

Um plano de amostragem múltipla é uma extensão do conceito de amostragem dupla; apenas são necessárias mais que duas amostras para decidir-se sobre o destino do lote. Alguns tamanhos de amostras na amostragem múltipla são, em geral, menores do que na amostragem simples e dupla, segundo MONTGOMERY (2004).

### 2.6.5 Planos de Amostragem da Norma Brasileira NBR 5426

A Norma Brasileira 5426 é baseada na norma padrão militar americana 105E, que é o sistema de aceitação por atributos mais amplamente usada no mundo atualmente, segundo MONTGOMERY (2001). A norma militar americana foi desenvolvida durante a Segunda Guerra Mundial. Os planos de amostragem são tabelados em função do tamanho dos lotes e do NQA. Além dessas informações, o usuário precisa definir o nível de inspeção (I, II, III) em que pretender trabalhar. Deve-se utilizar, de preferência, o nível de inspeção II. Caso contrário, utiliza-se o nível I, para reduzir o tamanho da amostra, mas com aumento do risco  $\beta$  ou o nível III quando for necessário reduzir o risco  $\alpha$ , porém com aumento da amostra. Além dos níveis I, II

e III, têm-se os níveis especiais  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  e  $S_4$ , para casos em que só se podem usar tamanho de amostras muito pequenos, mas com grande risco de amostragem. A norma prevê o uso de três tipos de planos de amostragem: simples, dupla ou a múltipla. Para cada tipo de plano de amostragem, condições são dadas para inspeção normal, inspeção severa e inspeção atenuada. A norma tem como foco principal o nível de qualidade (NQA). Para planos de percentual de defeituosos (Binomial), as NQAs variam de 0,10 % a 10%. Para defeitos por unidade (Poisson), há 10 NQAs adicionais variando até 1000 defeitos por 100 unidades. O mesmo plano de amostragem pode ser usado para controlar tanto a fração de defeituosos, quanto o número de defeitos por unidade. O NQA pode ser especificado pela empresa cliente, ou pelo próprio fabricante, através de um histórico de produção. Segundo MONTGOMERY (2001) diferentes NQAs podem ser estimadas para diferentes tipos de defeitos. Para NQA igual a 1% para defeitos mais importantes e um NQA de 2,5% para defeitos menos importantes e nenhum defeito crítico deve ser aceito. Segundo PALADINI (1990), a prática sugere que os planos de amostragem sejam construídos com 5% de risco para o produtor e 10% de risco para o consumidor. Os procedimentos para mudança de inspeção estão ilustrados no fluxograma da figura 3, adiante.

#### 2.6.6 Diretrizes para o uso da Amostragem de Aceitação

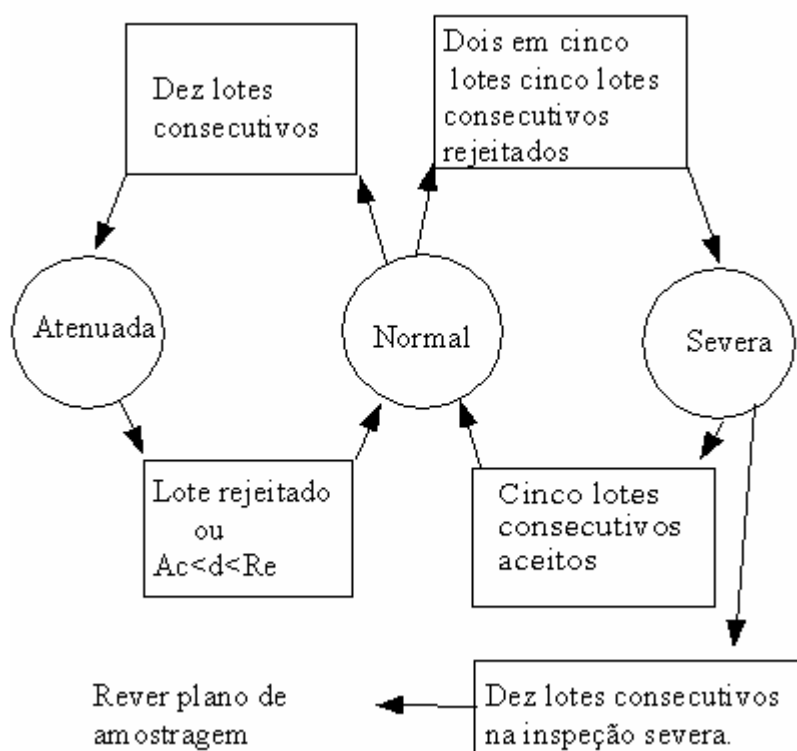
Após escolha da norma que servirá para a variável em questão, as etapas para elaboração do plano de amostragem são:

- 1º) Determinar o tamanho do lote;
- 2º) Escolher o nível de inspeção;
- 3º) Determinar o código literal do tamanho da amostra;
- 4º) Escolher o plano de amostragem;
- 5º) Estabelecer a severidade da inspeção;
- 6º) Determinar o tamanho da amostra e o número de aceitação;
- 7º) Retirar a amostra;
- 8º) Inspeccionar a amostra

Existe ainda o plano de amostragem conhecido como Dodge-Romig. O plano militar 105E é focado na NQA. Já o plano de amostragem Dodge-Romig foi desenvolvido para inspeção por amostragem lote a lote de atributos. Os tipos são:

- Planos focados para proteção do percentual aceitável de defeituosos no lote;
- Planos focados no limite da qualidade de saída média.

FIGURA 3 - FLUXOGRAMA PARA O PLANO DE AMOSTRAGEM NBR 5426.



## 2.7 ESTATÍSTICA DA QUALIDADE

### 2.7.1 Breve Histórico

Um marco importante na história da qualidade foi, na década de 20, o surgimento das cartas de controle de processos, desenvolvidos por Walter A. Shewhart, estatístico da *Bell Labs*, e que em virtude de fácil utilização, propagou-se para outras empresas. Durante a Segunda Guerra Mundial, surgiram contribuições para o desenvolvimento da qualidade da produção de guerra, em parte, devida à grande quantidade de material bélico produzido, deficiência e deterioramento da mão-de-obra. Após a guerra, no Japão, houve grande contribuição de pessoas ligadas à estatística, tais como: Deming, Juran, Taguchi, Ishikawa, entre outros, sempre com o foco na qualidade e não na quantidade produzida. Os resultados vieram em consequência do esforço e trabalho desses profissionais. Na década de 70, as mercadorias japonesas foram consideradas entre as melhores do mundo, segundo DAVIS (2001). Isto obrigou os Estados Unidos a iniciarem na década de 80 uma nova fase produtiva com uma mudança de foco para a qualidade e mais uma vez Deming foi a peça chave nesta mudança. Em 1989 começa a iniciativa Seis Sigma da Motorola, e em 1997 a abordagem Seis Sigma se espalha para outras indústrias. A melhoria da qualidade e produtividade sempre foi uma necessidade de qualquer setor industrial para a obtenção de vantagens competitivas.

### 2.7.2 Conceito de Qualidade

O termo qualidade não tem um conceito único. A seguir algumas definições dadas por experts da qualidade:

- 1º) “Qualidade é adequação ao uso através da percepção das necessidades dos clientes” JURAN (1974);

- 2º) “Qualidade é a perseguição às necessidades dos clientes e homogeneidade dos resultados do processo” ou ainda “atender e, se possível, exceder as expectativas do consumidor” DEMING (1982);
- 3º) Para CROSBY (1984), “Qualidade é a conformidade do produto às suas especificações”;
- 4º) “Qualidade é o conjunto de características incorporadas ao produto através do projeto e manufatura que determinam o grau de satisfação do cliente” FEIGENBAUM (1986);
- 5º) “Qualidade é adequação ao uso” JURAN e GRYNA (1991);
- 6º) “Qualidade possui uma componente espacial, a multiplicidade de itens e um componente temporal, as alterações conceituais ao longo do tempo (processo evolutivo)”, PALADINI (2000);
- 7º) Para TAGUCHI (1999), a produção, o uso e o descarte de um produto sempre acarretam prejuízos ou perdas para a sociedade; quanto menor for o prejuízo, melhor será a qualidade do produto;
- 8º) Para a norma NBR ISO 8402, qualidade é a totalidade de propriedades e características de um produto ou serviço, que confere sua habilidade em satisfazer necessidades explícitas ou implícitas.

Compreender e melhorar a qualidade são fatores chaves que conduzem ao sucesso, crescimento e uma melhor posição de competitividade de um negócio. GARVIN (1987) fornece uma excelente discussão de oito componentes de dimensões da qualidade. São estas:

#### 1-Desempenho

O produto realizará a tarefa pretendida?

#### 2-Confiabilidade

Qual a frequência de falhas do produto?

#### 3-Durabilidade

Qual o tempo de duração do produto?

#### 4-Assistência técnica

Qual a facilidade para se consertar o produto?

#### 5-Estética

Qual é aparência do produto?

#### 6-Características

O que o produto faz?

#### 7-Qualidade percebida

Qual é a reputação da companhia ou do seu produto?

#### 8-Conformidade com as especificações

O produto é feito como o projetista pretendia?

Todas as vezes que se produzem produtos fora das especificações, incidem-se em custos adicionais aos de fabricação.

DEMING (1990) introduziu 14 pontos importantes para a melhoria da qualidade e da produtividade. Os 14 princípios abaixo resumem a filosofia Deming:

- 1º) Crie uma constância de finalidade focalizada na melhoria de produtos e serviços;
- 2º) Adote uma nova filosofia de rejeitar acabamento pobre, produtos defeituosos ou serviços ruins;
- 3º) Não confie na inspeção em massa para controlar a qualidade;
- 4º) Não faça negócios com fornecedores com base somente no preço, mas também considere a qualidade;
- 5º) Focalize a melhoria contínua;
- 6º) Pratique os métodos modernos de treinamento e invista no treinamento para todos os empregados;
- 7º) Pratique métodos modernos de supervisão;
- 8º) Expulse o medo;
- 9º) Quebre as barreiras entre as áreas funcionais do negócio;
- 10º) Elimine alvos, slogans e objetivos numéricos para a força de trabalho;
- 11º) Elimine cotas numéricas e padrões de trabalho;
- 12º) Remova as barreiras que desencorajam os empregados de fazer os seus trabalhos;

13º) Institua um programa continuado de treinamento e de educação para todos os empregados;

14º) Crie uma estrutura na gerência, estrutura esta que defenderá vigorosamente os 13 primeiros pontos.

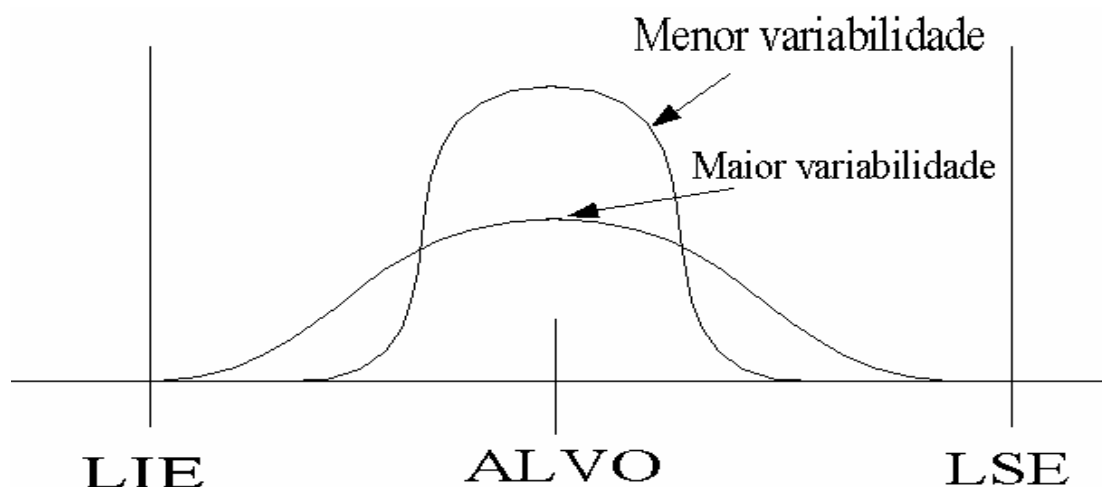
A definição tradicional de qualidade baseia-se no ponto de vista de que produtos e serviços devem apresentar as especificações exigidas por aqueles que o usam. A qualidade do projeto é que estabelece a qualidade de um produto, ou de um serviço, durante suas fases de concepção e projeto. A qualidade de conformação é como o produto corresponde às especificações exigidas pelo projeto. A qualidade de conformação avalia quão bem um produto ou serviço atende às especificações do projeto. Ela é embutida no produto durante sua fase de fabricação e depende de inúmeras variáveis do processo produtivo. As técnicas estatísticas de planejamento e análise de experimentos são extremamente úteis para analisar quais são os fatores que afetam a qualidade de uma característica de interesse.

Todo produto possui parâmetros que descrevem o que o consumidor considera como qualidade. Este conjunto de parâmetros é denominado de característica da qualidade. E todo produto, sofre variações, embora tenha sido produzido pelo mesmo processo e pela mesma empresa. A razão disso é a variabilidade, em razão das várias fontes, como material, mão de obra e diferenças entre equipamentos.

Para MONTGOMERY (2004), a qualidade é inversamente proporcional à variabilidade. Se a variabilidade nas características importantes de um produto decresce, a qualidade do produto aumenta.

A redução da variabilidade nos processos e produtos melhora a qualidade e o objetivo principal da engenharia de qualidade é a redução sistemática da variabilidade nas características chave do produto. A melhoria da qualidade causa aumento da produtividade e, conseqüentemente, aumento da competitividade. A figura 4 ilustra o conceito de variabilidade. Quando a curva normal for mais achatada e próxima dos limites de especificações, maior será a variabilidade, de outro modo, quanto mais concentrada em torno do alvo, menor é a variabilidade.

FIGURA 4: GRAU DE VARIABILIDADE DE UM PROCESSO.

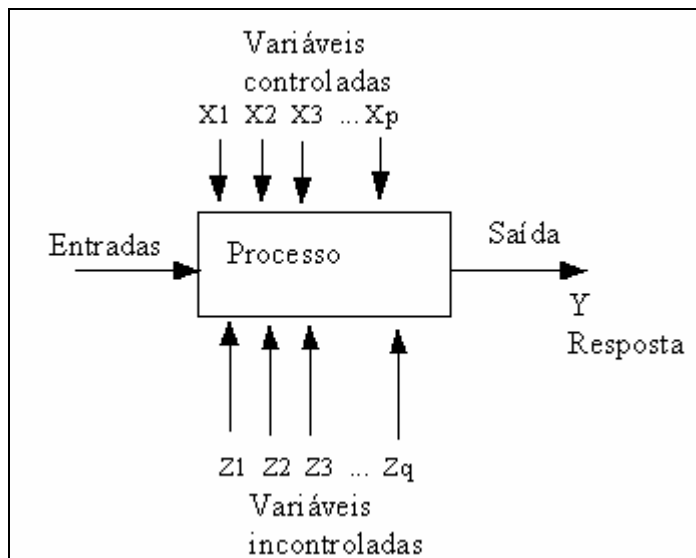


FONTE: Adaptado de MONTGOMERY (2004)

As variações na resposta de um processo são sempre causadas por variações nas suas variáveis (controladas ou incontroladas). A figura 5 ilustra o processo de produção como um sistema com um conjunto de entradas e uma saída. As entradas  $x_1, x_2, \dots, x_p$  são fatores controláveis, tais como temperatura, pressão e outras variáveis do processo. As entradas  $z_1, z_2, \dots, z_q$  são incontroladas (ou difíceis de controlar), tais como composição química das matérias primas obtidas da natureza ou fatores ambientais. O processo de manufatura transforma essas entradas em um produto acabado em que se encontram várias características de qualidade. A variável  $Y$  é uma medida da qualidade do processo.



FIGURA 5 - ENTRADA E SAÍDA DE UM PROCESSO.



FONTE: Adaptado de MONTGOMERY (2004)

As especificações de projeto são as medidas fixadas para as características de qualidade do produto. As características são avaliadas em relação às especificações do produto ou serviço e dentro das especificações o produto deve funcionar adequadamente.

### 2.7.3 Variabilidade

Qualquer processo de produção está sujeito à variação, por mais que o processo seja “perfeito”. Um produto ou serviço sempre está sujeito à variabilidade. No Controle Estatístico de Qualidade, a variabilidade tem causas aleatórias, inerentes ao processo (ou comuns) e causas especiais (ou identificáveis) que podem ser identificadas. Quando o processo é dito sob controle estatístico, ele opera apenas sob as causas inerentes, que são causas essencialmente inevitáveis, as quais pouco ou nada se pode fazer para eliminar. Quando o processo é dito estar fora de controle estatístico, ele opera sob causas especiais (ou identificáveis). Estas causas devem ser descobertas e corrigidas para que o processo volte ao controle. As causas especiais podem ocorrer

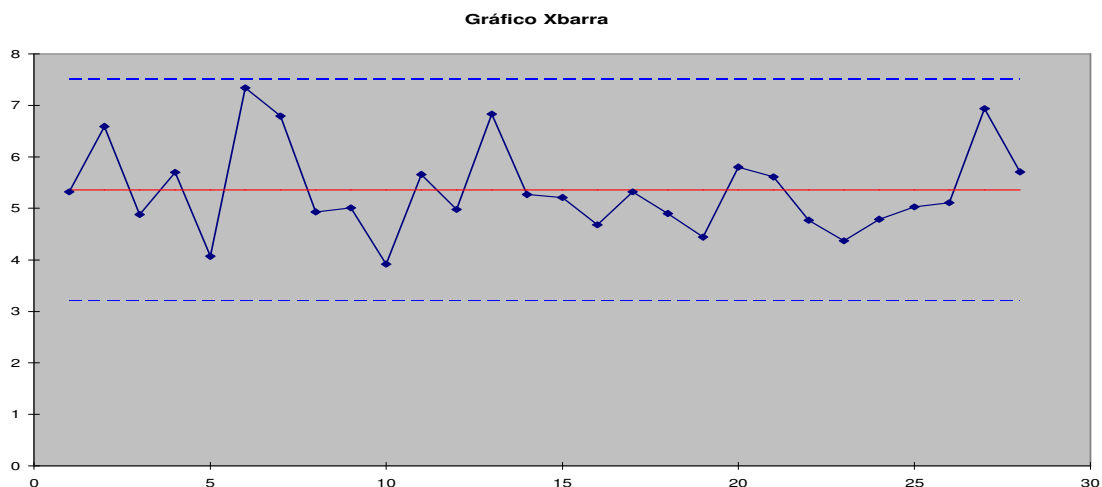
devido a: mão de obra, método de trabalho, matéria prima, máquinas, meio ambiente e meios de medição, o qual foi conhecido como 6M. A falta de treinamento de funcionários, a falta de ajuste ou lubrificação da máquina são exemplos de causas especiais. Convém ressaltar que existe o erro de afirmar-se que o processo está sob controle, quando ele não está e vice-versa.

Um dos objetivos principais do Controle Estatístico de Qualidade é detectar as causas especiais, investigar e aplicar ações para correção, para que o processo não produza produtos fora das especificações acima do previsto. O objetivo é a eliminação da variabilidade (ou de quase toda) no processo. Para detectar causas especiais utiliza-se a carta de controle. As cartas de controle são compostas de três linhas paralelas, a linha central (LC), o limite superior de controle (LSC) e o limite inferior de controle (LIC). Estes limites devem estar dentro dos limites de especificação de engenharia. Os limites das cartas de controle são determinados com base na média e no desvio padrão da distribuição da característica de qualidade da variável quando o processo está isento de causas especiais, isto é, as medidas individuais são provenientes de uma mesma população. A teoria estatística desenvolvida por Shewhart para cálculos dos limites de controle, para uma estatística  $W$  qualquer, com distribuição normal, é calculada a partir dos valores amostrais, e que tenha média  $\mu(w)$  e desvio padrão  $\sigma(w)$  conhecidos, terá uma probabilidade próxima a um de estar no intervalo de  $\mu(w) \pm 3\sigma(w)$ , segundo RAMOS (1995). Conseqüentemente, tem-se:

$$LSC = \mu(w) + 3\sigma(w)$$

$$LC = \mu(w)$$

$$LIC = \mu(w) - 3\sigma(w)$$

FIGURA 6 - CARTA DE CONTROLE PARA  $\bar{X}$ .

FONTE: LEVINE (2000)

## 2.8 IMPLEMENTAÇÃO

SCHISSATTI (1998) resumiu algumas abordagens para implementação do CEP, em que cada abordagem é dividida em etapas, e cada etapa em quatro partes: título, descrição (resumo do procedimento), responsável e ferramentas (principais técnicas estatísticas e/ou outros meios utilizados para execução da etapa). O quadro 2 mostra de forma resumida, algumas das técnicas de implementação do CEP

QUADRO 2 - FORMAS DE ABORDAGENS PARA IMPLEMENTAÇÃO DO CEP.

Abordagem	Etapas
Motorola (seis sigma)	Priorizar oportunidades → Selecionar equipe → descrever processo → Análise do sistema de medição → identificar etapas críticas → verificar pontos críticos → avaliar capacidade dos processos → implementar controle → monitorar processo → Reduzir causas
Breyfogle III	Educar em técnicas estatísticas → Identificar processos chaves → Definir tolerâncias → Planejar cartas de controle → Implementar CEP → Avaliar capacidade do processo → Transferir responsabilidade.

Abordagem	Etapas
Montgomery	Selecionar carta de controle → Definir características de controle → Melhorar processo → Definir sistema de coleta de dados.
Owen	Obter compromisso → Estabelecer política → Indicar facilitador → Definir treinamento → Treinar gerentes e supervisores → Informar sindicatos → Obter compromisso dos sindicatos → Informar operadores → Envolver fornecedores → Coletar dados → Planejar ações de melhoria → Rever processos de avaliação → Estruturar administração do CEP → Treinar operadores → Implementar cartas de controle → Melhorar os processos.

## 2.9 CARTAS DE CONTROLE

Antes de utilizar as cartas de controle percorre-se uma etapa inicial, árdua, porém muito importante, de aprendizagem. É imprescindível conhecer o processo, estabilizar e fazer os ajustes necessários segundo COSTA, EPPRECHT E CARPINETTI (2004), pois o monitoramento só ocorre depois que o processo estiver sob controle. Procura-se conhecer os fatores que afetam a característica de qualidade. Antes de construir as cartas de controle, precisa-se identificar e eliminar as causas especiais que estão fazendo o processo sair do controle. MONTGOMERY (2004) recomenda tomar 20 a 25 amostras, para construção dos limites de controle tentativos, com o objetivo de testar se o processo está estável. Estes dados podem ser obtidos através de dados históricos do processo. Com os dados obtidos nas amostras, constroem-se a carta de controle, se todos os pontos caem dentro dos limites tentativos e não se observa nenhum comportamento sistemático, pode-se concluir que o processo está sob controle e que os limites tentativos são apropriados para o processo em questão. Caso ocorram um ou mais pontos fora dos limites tentativos, então a hipótese de que o processo está sob controle é descartado, logo se torna necessário examinar cada ponto fora dos limites e procurar-se por uma causa especial. Se uma causa especial é identificada, o ponto é descartado e os limites de controle tentativos são recalculados,

usando apenas os pontos restantes. Esses pontos restantes são, em seguida, reexaminados. Prossegue-se com este processo até que todos os pontos estejam sob controle.

Para RAMOS (2000), coletam-se as amostras durante certo período de tempo, até que todos os tipos de variações os quais se está interessado em avaliar tenham oportunidade de aparecer; Constroem-se as cartas de controle; analisam-se as cartas de controle quanto à presença de causas especiais (tendências, ciclos, etc.); quando for detectada a presença de causas especiais, deve-se buscar, identificar, eliminar e prevenir a sua repetição. Coleta-se mais amostras e repete-se o procedimento, até a conclusão de que o processo esteja estável, sob controle. A figura 7, o fluxograma para construção das cartas de controle, para variáveis, segundo RAMOS (1995).

Após a estabilização do processo, com a eliminação das causas especiais que afetam o processo e a aplicação de ações para prevenir a sua repetição, pode-se iniciar a construção das cartas de controle.

A carta de controle é a principal ferramenta no controle estatístico de qualidade e tem por objetivo verificar se o processo permanece com um desempenho estável ou previsível, ou se são necessárias ações para corrigir o processo. Existem duas grandes categorias de cartas de controle: para variáveis ou para atributos.

### 2.9.1 Cartas de Controle para Variáveis

Se a característica de qualidade a ser monitorada é medida em uma escala numérica, esta é denominada variável. Uma variável pode ser contínua ou discreta, conforme o seu contra domínio seja infinito ou finito. Se a característica de qualidade é variável, é usual monitorar o processo com duas cartas de controle, SANIGA e SHIRLAND (1977), afirmar que uma é empregada para monitorar a centralidade e outra para monitorar a dispersão da variável.

A seguir apresentam-se as cartas de controle para variáveis, com três desvios padrões de afastamento em relação à linha média.

### 2.9.1.1 Carta $\bar{X}$

A carta  $\bar{X}$  é usada para monitorar variáveis contínuas, tipo medidas físicas. Supondo que a característica de qualidade tenha uma distribuição normal com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ . Como na prática os parâmetros  $\mu$  e  $\sigma$  não são conhecidos, então se deve utilizar estimativas disponíveis  $\bar{x}$  e  $S$ . Estas estatísticas têm por expressão:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{e} \quad S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

E sabendo-se que  $\bar{x}$  é normalmente distribuída, com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ . E como a estatística  $z$ , tem Distribuição Normal Padrão  $N(0,1)$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$\text{Tem-se que } P(-z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \alpha$$

que é o intervalo de confiança de nível  $1 - \alpha$  para o parâmetro  $\mu$  a média do processo. Então, pode-se utilizar os limites do intervalo de confiança, como limites da carta de controle  $\bar{X}$ .

$$\text{LSC} = \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\text{LIC} = \bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Em geral, utiliza-se  $3\sigma$  (três desvios padrões) para o valor de  $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ . A linha central e os limites de controle desta carta são:

$$LSC = \mu_{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{x} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$LC = \mu_{\bar{x}} = \bar{x}$$

$$LIC = \mu_{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{x} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Em geral não conhecemos  $\mu$  e  $\sigma$ . Então, eles devem ser estimados a partir de amostras retiradas quando o processo supostamente estava sob controle. Suponha que  $m$  amostras estejam disponíveis, cada uma com  $n$  observações da característica de qualidade. Tipicamente  $n$  será pequeno, freqüentemente 4, 5 ou 6. Esses pequenos tamanhos de amostra resultam em pequenos subgrupos racionais. Sejam  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m$  as médias de cada uma das amostras. Então, o melhor estimador de  $\mu$ , a média do processo, é a média geral (ou média global), isto é:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_m}{m}$$

O estimador do desvio padrão  $\sigma$ , pode ser obtido através das amplitudes das  $m$  amostras ou através dos desvios padrões. Se  $x_1, x_2, \dots, x_n$  é uma amostra de tamanho  $n$ , então a amplitude da amostra é a diferença entre a maior e a menor observação.

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

sejam  $R_1, R_2, \dots, R_m$  as amplitudes das  $m$  amostras. A amplitude média è:

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m}$$

Existe uma relação bem conhecida entre a amplitude de uma amostra e o desvio padrão de uma distribuição normal:

$$W = \frac{R}{\sigma}$$

A variável aleatória  $W$  é chamada amplitude relativa. Os parâmetros da distribuição de  $W$  são funções do tamanho da amostra  $n$ . A média de  $W$  é  $d_2$ . Conseqüentemente, um estimador de  $\sigma$  é:

$$\hat{\sigma} = \frac{R}{d_2}$$

Assim, se  $\bar{R}$  é a amplitude média das  $m$  amostras preliminares, pode-se usar para estimar  $\sigma$ :

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

e é uma boa estimativa de  $\sigma$ .

Usando  $\bar{x}$  como estimador de  $\mu$  e  $\frac{\bar{R}}{d_2}$  como estimador de  $\sigma$ , então os parâmetros da carta  $\bar{x}$  são:

$$LSC = \mu_{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{x} + \frac{3\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}$$

$$LC = \mu_{\bar{x}} = \bar{x}$$

$$LIC = \mu_{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{x} - \frac{3\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}$$



A quantidade  $A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$  é uma constante que depende apenas do tamanho da amostra  $n$ , logo pode ser tabelado como  $d_2$ . Então, os limites de controle se reduzem à:

$$LSC = \bar{x} + A_2\bar{R}$$

$$LC = \bar{x}$$

$$LIC = \bar{x} - A_2\bar{R}$$

A constante  $A_2$  encontra-se tabelada para vários tamanhos de amostras. A figura 7 mostra o fluxograma para cartas para variáveis. Antes de monitorar o processo, devem-se coletar  $k$  amostras de tamanho  $n$  até que se tenha certeza de que o processo está estável. Após a coleta das  $k$  amostras de tamanho  $n$ , devem-se calcular as estimativas dos parâmetros  $\bar{x}$  e  $S$ . Depois calcula-se os limites de controle e analisa-se a carta de dispersão. Caso esta estiver estável, analisa-se a carta de localização. Senão deve-se identificar, eliminar e prevenir causas especiais e repetir o procedimento, com a coleta de mais amostras. Se o processo está estável para a carta de localização, inicia-se o monitoramento do processo. Senão deve-se identificar, eliminar e prevenir causas especiais e voltar a coletar amostras até estabilizar o processo.

#### 2.9.1.2 Cartas $\bar{X}$ e $R$

Os limites de controle para a carta  $\bar{X}$ , já abordado anteriormente são:

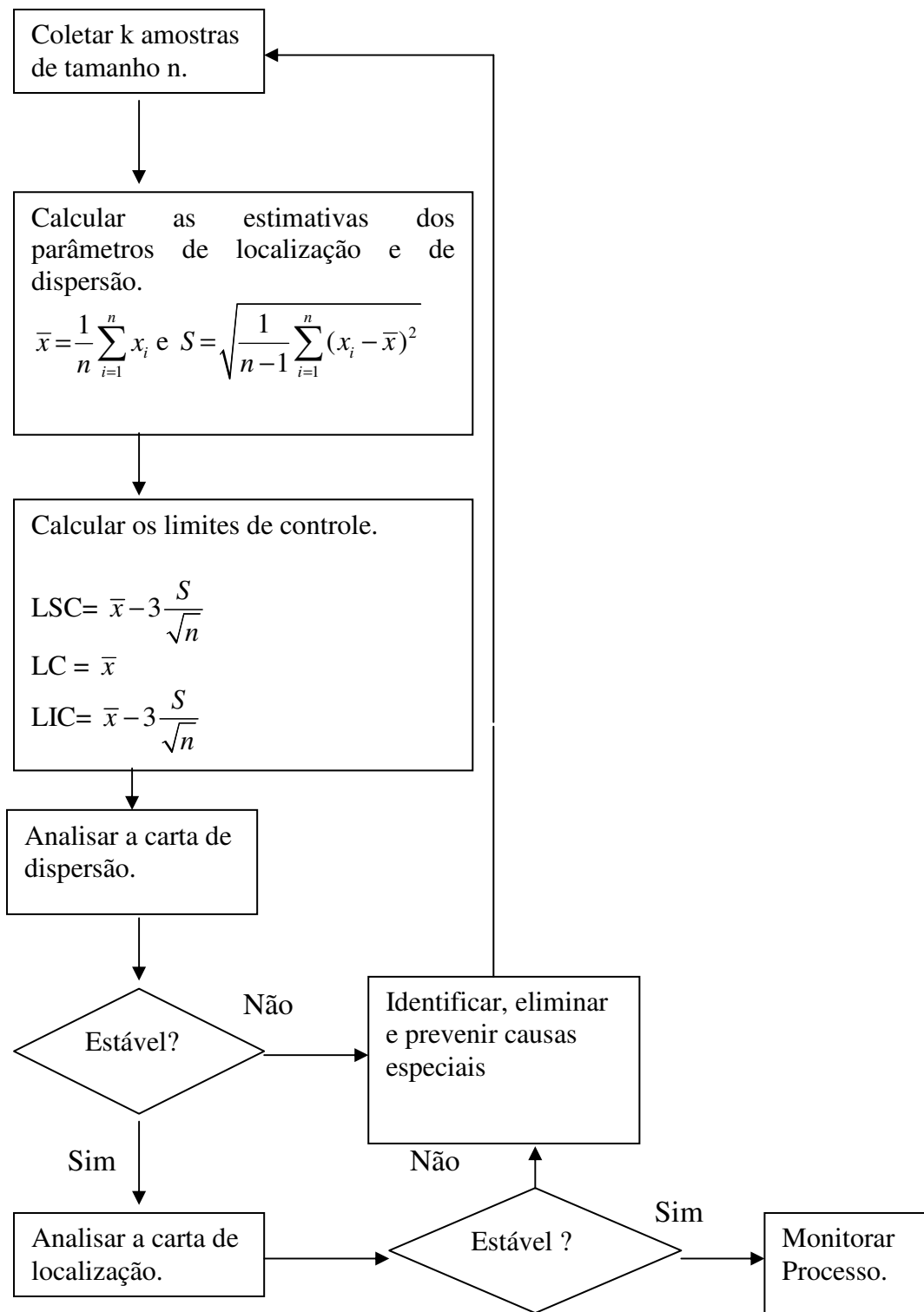
Carta  $\bar{X}$ .

$$LSC = \bar{x} + A_2\bar{R}$$

$$LC = \bar{x}$$

$$LIC = \bar{x} - A_2\bar{R}$$

FIGURA 7 - FLUXOGRAMA PARA CARTAS PARA VARIÁVEIS.



FONTE: Adaptado de RAMOS (1995)

Para a carta R, a linha central será  $\bar{R}$ . Para determinar os limites de controle, precisamos de uma estimativa de  $\sigma_R$  que pode ser determinado a partir da distribuição da amplitude relativa  $W = R/\sigma$ , supondo que a característica que se quer controlar tenha distribuição normal. O desvio padrão de W é denotado por  $d_3$  e é uma função conhecida de n. então, como  $R = W\sigma$  o desvio padrão de R é:

$$\sigma_R = d_3 \sigma$$

Como  $\sigma$  é desconhecido, deve-se estimar  $\sigma_R$  por:

$$\sigma_R = d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Conseqüentemente, os parâmetros da carta R com os limites usuais  $3\sigma$  são:

$$LSC = \bar{R} + 3\hat{\sigma}_R = \bar{R} + 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$LC = \bar{R}$$

$$LIC = \bar{R} - 3\hat{\sigma}_R = \bar{R} - 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Definindo

$$D_3 = 1 - 3 \frac{d_3}{d_2} \quad \text{e} \quad D_4 = 1 + 3 \frac{d_3}{d_2}$$

Então os limites de controle se reduzem à:

Carta R.

$$LSC = D_4 \bar{R}$$

$$LC = \bar{R}$$

$$LIC = D_3 \bar{R}$$

Onde  $\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m}$ ,  $R_i = x_{\max} - x_{\min}$ , e  $\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_m}{m}$ , de  $m$  amostras coletadas.

### 2.9.1.3 Cartas de controle $\bar{X}$ e $s$

Embora as cartas de controle  $\bar{X}$  e  $R$  ainda sejam muito usadas, é possível estimar diretamente o desvio padrão do processo ao invés de indiretamente através do uso da amplitude  $R$ . O desvio padrão  $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$  é um estimador tendencioso do desvio padrão populacional  $\sigma$ . A média e a variância amostral  $\bar{x}$  e  $s^2$  são estimadores não tendenciosos da média e da variância populacionais  $\mu$  e  $\sigma^2$ , isto é,

$$E(\bar{x}) = \mu, \quad E(S^2) = \sigma^2 \quad \text{e}$$

$$E(S) = \sqrt{\left(\frac{2}{n-1}\right) \frac{\Gamma(\frac{n}{2})}{\Gamma(\frac{n-1}{2})}} \sigma \quad \text{Com } c_4 = \sqrt{\left(\frac{2}{n-1}\right) \frac{\Gamma(\frac{n}{2})}{\Gamma(\frac{n-1}{2})}} \quad \text{tem-se}$$

$$E(S) = c_4 \sigma$$

onde o operador  $E$  é simplesmente o operador do valor esperado.  $E$ , como valor de  $c_4$  depende apenas do tamanho da amostra  $n$ , pode ser tabelado facilmente.

Se nenhum valor de referência é dado para  $\sigma$ , então, deve-se estimá-lo através de dados passados. Suponha que  $m$  amostras preliminares estejam disponíveis, cada uma de tamanho  $n$ , e seja  $S_i$  o desvio padrão da  $i$ .ª amostra. A média dos  $m$  desvios padrões é:

$$\bar{S} = \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_m}{m}$$

A estatística  $\frac{\bar{S}}{c_4}$  é um estimador não tendencioso de  $\sigma$  e um estimador não tendencioso

de  $E(S)$  é  $\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4}$  e um estimador não tendencioso para  $\hat{\sigma}_s = \sigma \sqrt{1 - c_4^2}$  é dado por

$\hat{\sigma}_s = \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$ . Então, os parâmetros para a carta S são:

$$LSC = \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

$$LC = \bar{S}$$

$$LIC = \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

É usual definir as constantes

$$B_4 = 1 + \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} \quad \text{e} \quad B_3 = 1 - \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

Conseqüentemente, obtemos os parâmetros da carta S como:

$$LSC = B_4 \bar{S}$$

$$LC = \bar{S}$$

$$LIC = B_3 \bar{S}.$$

Os limites de controle para a carta  $\bar{X}$  são obtidos quando  $\frac{\bar{S}}{c_4}$  é usado para

estimar  $\sigma$ . Desta forma tem-se:

$$LSC = \bar{x} + \frac{3\bar{S}}{c_4 \sqrt{n}}$$

$$LC = \bar{x}$$

$$LIC = \bar{x} - \frac{3\bar{S}}{c_4\sqrt{n}}$$

Definindo a constante  $A_3 = \frac{3}{c_4\sqrt{n}}$ , os parâmetros da carta  $\bar{X}$  são:

$$LSC = \bar{x} + A_3\bar{S}$$

$$LC = \bar{x}$$

$$LIC = \bar{x} - A_3\bar{S}.$$

Onde  $A_3, B_3$  e  $B_4$  estão tabelados e  $\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m}$ , para  $m$  amostras coletadas.

Os fatores para cálculo dos limites de controle ( $A_2, D_3, D_4, \dots$ ) são obtidos admitindo-se que os valores individuais sejam estatisticamente independentes e com distribuição normal, segundo COSTA, EPPRECHT E CARPINETTI (2004).

As cartas são construídas na suposição de que o tamanho da amostra  $n$  é constante. É importante citar as cartas de controle para valores individuais e para amplitude móvel, que são aplicadas quando os valores da característica de qualidade possuem alguma interdependência, ou autocorrelação, mesmo que em grau muito pequeno. As cartas de controle das somas acumuladas (CUSUM, de “cumulative sum”) e a carta de controle da média móvel ponderada exponencialmente (EWMA, de exponentially weighted moving average) são indicados para monitoramento de processos sujeitos a pequenas perturbações segundo COSTA, EPPRECHT E CARPINETTI (2004).

#### 2.9.1.4 Carta do valor individual e amplitude móvel.

Há situações, no controle de processo, em que o monitoramento deve ser feito com a amostra de tamanho  $n=1$ , isto ocorre quando, a taxa de produção é muito lenta ou por outros motivos. Isto causa o problema de acumular amostras maiores que um, ou porque os dados são correlacionados, ou por espaçar as medidas por um intervalo de tempo suficientemente longo, de modo que não há razão para formar subgrupos racionais. A carta de controle de observações individuais e amplitude móvel ( $\bar{X}$  e  $R_m$ ) e a carta de controle da média e amplitude móvel ( $\bar{\bar{X}}_m$  e  $R_m$ ) são indicados para estes casos.

Como foi abordado anteriormente para as cartas  $\bar{X}$  e  $R$ , o estimador de  $\sigma$  é  $\frac{\bar{R}}{d_2}$ .

Para esta carta, o tamanho da amostra é maior que um e o estimador do desvio padrão mede a variabilidade dentro da amostra. No caso do uso das cartas  $\bar{X}$  e  $R_m$  e  $\bar{\bar{X}}_m$  e  $R_m$ , o tamanho da amostra é um, logo não deve-se medir a dispersão da amostra, mas sim a dispersão entre as amostras. O estimador de  $\sigma$  é  $\frac{\bar{R}_m}{d_2}$ , de modo que  $R_{m_i}$  é a amplitude móvel de duas observações consecutivas como base para estimar a variabilidade do processo. A amplitude móvel é definida como:

$$R_{m_i} = |x_i - x_{i-1}|$$

A média e a amplitude média móvel são dadas por

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i}{m} \quad \text{e} \quad \bar{R}_m = \frac{\sum_{i=2}^m R_m}{m-1}$$

Substituindo  $n=1$  e  $\sigma = \frac{\bar{R}_m}{d_2}$ , nos limites de controle das cartas  $\bar{X}$  e  $R$ ,

$$LSC = \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad LC = \mu_{\bar{\bar{X}}} = \bar{\bar{X}} \quad \text{e} \quad LIC = \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$LSC = D_4 \bar{R}, \quad LC = \bar{R} \quad e \quad LIC = D_3 \bar{R}$$

Tem-se, desta forma os limites de controle:

Carta X e Rm

$$\begin{aligned} LSC_x &= \bar{x} + \frac{3\bar{R}m}{d_2} = \bar{x} + E_2 \bar{R}m & e & & LSC_{Rm} &= D_4 \cdot \bar{R}m \\ LC_x &= \bar{x} & & & LC_{Rm} &= \bar{R}m \\ LIC_x &= \bar{x} - \frac{3\bar{R}m}{d_2} = \bar{x} - E_2 \bar{R}m & & & LIC_{Rm} &= D_3 \cdot \bar{R}m \end{aligned}$$

Onde:

$$E_2 = \frac{3}{d_2}$$

Segundo MONTGOMERY (2004) algum cuidado na interpretação de padrões na carta das amplitudes móveis. As amplitudes móveis são correlacionadas e essa correlação pode muitas vezes induzir um padrão de seqüências ou ciclos na carta de controle. Também, supõe-se que as medidas individuais na carta x não sejam correlacionadas e qualquer padrão aparente nessa carta deve ser cuidadosamente investigado.

#### 2.9.1.5 Carta da média e amplitude móvel

Para melhorar o desempenho da carta para medidas individuais, pode-se utilizar uma extensão da carta X e Rm, que é a carta  $\bar{X}m$  e Rm. Ao invés de utilizar a média das m amostras, utiliza-se a média móvel. Similarmente ao que foi feito com as amplitudes móveis, em que estas foram calculadas tomando-se m a m valores, somando-se e dividindo-se o resultado por m. Matematicamente, para o caso de m = 2, tem-se:



$$\bar{X}m_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2} \quad i = 1, 2, \dots, k-1$$

A média móvel e a amplitude média móvel são dadas por

$$\bar{X}m = \frac{\sum_{i=2}^m \bar{X}m_i}{m-1} \quad \text{e} \quad \bar{R}m = \frac{\sum_{i=2}^m Rm_i}{m-1}$$

Substituindo  $n=1$ ,  $\bar{x} = \bar{X}m$  e  $\sigma = \frac{\bar{R}m}{d_2}$ , nos limites de controle das cartas  $\bar{X}$  e  $R$ ,

$$\begin{aligned} \text{LSC} &= \bar{x} + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad \text{LC} = \mu_{\bar{x}} = \bar{X} \quad \text{e} \quad \text{LIC} = \bar{x} - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ \text{LSC} &= D_4 \bar{R}, \quad \text{LC} = \bar{R} \quad \text{e} \quad \text{LIC} = D_3 \bar{R} \end{aligned}$$

Tem-se os limites de controle:

Carta  $\bar{X}m$  e  $Rm$ .

$$\begin{aligned} \text{LSC} &= \bar{X}m + A_2 \bar{R}m & \text{e} & & \text{LSC} &= D_4 \cdot \bar{R}m \\ \text{LC} &= \bar{X}m & & & \text{LC} &= \bar{R}m \\ \text{LIC} &= \bar{X}m - A_2 \bar{R}m & & & \text{LIC} &= D_3 \cdot \bar{R}m \end{aligned}$$

Onde:

$$A_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{n}}$$

Segundo RAMOS (2000), a vantagem em relação às cartas  $x$  e  $Rm$  é que a média é mais sensível à presença de causas especiais e não há necessidade de preocupar-se com a distribuição de valores individuais fortemente assimétricas. E na presença de autocorrelação, deve-se utilizar o estimador de  $\hat{\sigma}_x = \frac{\bar{R}m}{d_2}$  por  $\hat{\sigma}_x = \frac{S_{\bar{x}}}{c_4^*}$ .

### 2.9.2 Cartas de Controle para Atributos

Há situações em que se tem um atributo do produto. O atributo pode ser “defeituoso” ou “não defeituoso” ou ainda, pode ser o número de defeitos por unidade do produto. Neste caso, deve-se aplicar as cartas de controle para atributos. As quatro cartas de controle por atributos, mais usadas, são segundo MONTGOMERY (2004), as seguintes:

#### 2.9.2.1 Carta de controle P

Os princípios estatísticos subjacentes à carta de controle para a fração defeituosa (ou fração não-conforme), baseiam-se na distribuição Binomial. Suponha que o processo de produção esteja operando de maneira estável, de tal modo que a probabilidade de que uma unidade não esteja de acordo com as especificações seja  $p$ , e que as sucessivas unidades produzidas sejam independentes. Esta probabilidade é constante e os itens produzidos v.a's i.i.d., ou seja, independentes, identicamente distribuídas, com distribuição Bernoulli  $X_i \sim b(1,p)$ . O parâmetro da Bernoulli é  $p$ . Se uma amostra aleatória de  $n$  unidades do produto é selecionada, e se  $d$  é o número de unidades do produto que são não-conformes, então  $d$  tem uma distribuição binomial com parâmetros  $n$  e  $p$ , isto é

$$P(d = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad x = 0, 1, \dots, n$$

A fração defeituosa da amostra é definida como sendo a razão entre o número de defeituosos encontrados na amostra ( $d$ ) e o tamanho da amostra ( $n$ ):

$$\hat{p} = \frac{d}{n}$$

A distribuição de probabilidade de  $\hat{p}$  é obtida a partir da binomial. A média e a variância de  $\hat{p}$  são

$$\mu_{\hat{p}} = p$$

$$\sigma_{\hat{p}} = \frac{p(1-p)}{n}$$

Suponha que a verdadeira fração de defeituosos,  $p$ , no processo de produção seja conhecida. Os limites de controle para três desvios padrões são  $\mu(p) \pm 3\sigma(p)$ . Então a linha central e os limites de controle da fração defeituosa são definidos como:

$$\text{LSC} = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$\text{LC} = p$$

$$\text{LIC} = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Quando a fração não-conforme,  $p$ , não é conhecida, deve-se estimá-la a partir dos dados observados. O procedimento usual é a seleção de  $m$  amostras preliminares, cada uma de tamanho  $n$ . Como regra geral,  $m$  deve ser 20 ou 25. Se há  $d_i$  unidades defeituosas na amostra  $i$ , calcula-se a fração defeituosa na  $i$ -ésima amostra como:

$$\hat{p}_i = \frac{d_i}{n} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

A média das frações defeituosas das amostras individuais é:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m d_i}{mn} = \frac{\sum_{i=1}^m \hat{p}_i}{m}$$

A estatística  $\bar{p}$  estima a fração não-conforme desconhecida,  $p$ . A linha central e os limites de controle da carta de controle para a fração defeituosa são calculados como:

$$LSC = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$LC = \bar{p}$$

$$LIC = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

Segundo MONTGOMERY (2004), o valor amostral de  $\hat{p}_i$  dos subgrupos preliminares devem ser plotados como limites tentativos para testar se o processo estava sob controle quando foram coletados os dados preliminares. Quaisquer pontos que excedam os limites de controle tentativos devem ser investigados. Se forem descobertas causas especiais para esses pontos, eles deverão ser descartados e novos limites de controle tentativos deverão ser determinados.

#### 2.9.2.2 Carta NP

É similar a carta p, com a diferença que o que se deseja é marcar o número de itens defeituosos na amostra. Se não se dispõe de um valor padrão para p, então  $\bar{p}$  pode ser usado para estimar p. Como  $p = \frac{d}{n}$ ,  $d = n.p$ , logo os limites de controle são:

$$LSC = n.\bar{p} + 3\sqrt{n.\bar{p}(1-\bar{p})}$$

$$LC = n.\bar{p}$$

$$LIC = n.\bar{p} - 3\sqrt{n.\bar{p}(1-\bar{p})}$$

#### 2.9.2.3 Carta C

Quando a característica a ser monitorada é o número total de defeitos ocorridos em uma unidade do produto, o correto é utilizar a carta de controle C. Para a operação de uma carta C, a “unidade” não necessariamente precisa ser uma unidade de

determinado produto, como uma televisão ou um motor. A unidade, denominada unidade de inspeção, pode ser um subgrupo (de tamanho constante) de itens. A construção da carta de controle para o número de defeitos segue a distribuição de Poisson. Entretanto, segundo RAMOS (2000), se  $c > 5$ , então, no lugar da distribuição de Poisson, pode-se utilizar a distribuição normal. Afim de que o modelo de Poisson seja aplicável, os subgrupos devem ser uniformes de forma a apresentarem probabilidades aproximadamente iguais de ocorrência de defeitos. O modelo de Poisson com parâmetro  $\theta = c$  para o número de defeitos  $X$  observado por unidade do produto é:

$$P(X=k) = \frac{c^k e^{-c}}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

A média da v.a.  $X$  é o parâmetro  $c$  e a variância também é  $c$ , logo o desvio padrão é  $\sqrt{c}$  e os limites de controle a 3 desvios padrão, são:

$$LSC = c + 3\sqrt{c}$$

$$LC = c$$

$$LIC = c - 3\sqrt{c}$$

Como em geral o parâmetro  $c$  é desconhecido, deve-se estimá-lo com base em uma amostra preliminar de unidades de inspeção. Sendo inspecionadas  $n$  ( $n \geq 20$ ) unidades de inspeção, uma estimativa da média e da variância de  $c$  será a média amostral  $\bar{c}$  e a carta terá então os limites de controle dados por

$$LSC = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$LM = \bar{c}$$

$$LIC = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

Onde  $\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^k c_i}{k}$ , onde  $k$  é a quantidade total de amostras e  $c_i$  o número de defeitos observado na  $i$ -ésima amostra. Quando resultar  $\bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} < 0$ , o limite inferior é colocado em zero. E ainda, quando o parâmetro  $c$  não é conhecido, os limites de controle com o estimador  $\bar{c}$ , devem ser considerados como limites de controle tentativos, e as amostras preliminares examinadas em relação à falta de controle. A carta  $C$  também é conhecida como carta para o número de defeitos na amostra.

#### 2.9.2.4 Carta U

Supondo que cada ponto da carta de controle foi obtido com base em  $n$  unidade de inspeção, tem-se que a v.a. observada  $Y$  (número de defeituosos nas  $n$  unidade) terá distribuição de Poisson com parâmetro  $nc$  (soma de v.a's Poisson com parâmetro  $\theta$  é Poisson com um parâmetro igual a  $n\theta$ ). Desta forma a distribuição de  $Y$  é

$$P(Y = k) = \frac{(nc)^k e^{-nc}}{k!}$$

e se constroa a carta da mesma forma que a carta  $C$ , a partir deste ponto. Existe, porém, uma outra abordagem para o problema. É possível trabalhar-se com o número médio de defeitos por unidade de inspeção. Se  $Y$  é o número de defeitos presentes nas  $n$  unidades, então o número médio de defeitos por unidade é:

$$U = \frac{Y}{n}, \quad Y \sim P(nc)$$

Conseqüentemente os parâmetros da v.a.  $U$  são:

$$\mu = E(U) = E\left(\frac{Y}{n}\right) = \frac{1}{n} E(Y) = n \frac{c}{n} = c$$

$$\sigma = V(U) = V\left(\frac{Y}{n}\right) = \frac{1}{n^2} V(Y) = n \frac{c}{n^2} = \frac{c}{n}$$

O estimador do parâmetro  $c$  é

$$\hat{c} = \bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^m u_i}{m} \quad (\text{média do número médio por unidade em } m \text{ amostras tamanho } n).$$

Então os limites de controle são:

$$LSC = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

$$LC = \bar{u}$$

$$LIC = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

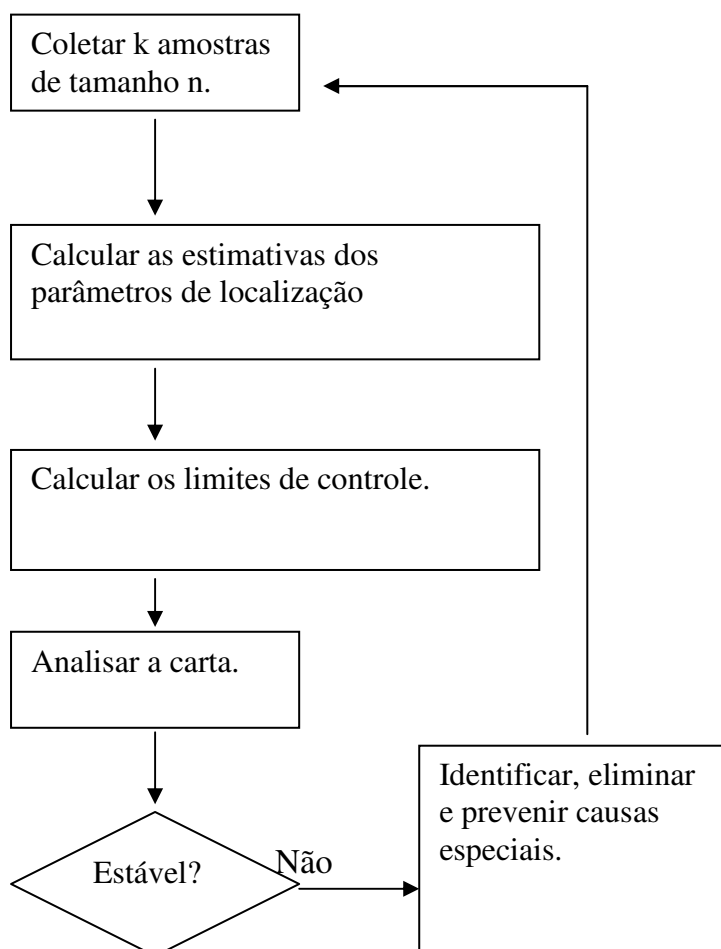
A carta U é recomendada quando o produto é composto de várias partes e muitas características da qualidade devem ser inspecionadas e também quando o tamanho da unidade do produto é variável.

Os requisitos básicos para que o número de não-conformidades obedeça a uma distribuição de Poisson são:

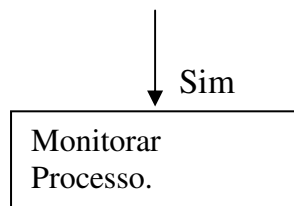
- 1º) A frequência média de não-conformidades deve ser proporcional à quantidade de produto considerada;
- 2º) As não-conformidades devem ocorrer de forma independente.

Na unidade de produto considerada, deve existir uma infinidade de oportunidades para a ocorrência de não-conformidades, porém o evento associado à ocorrência de uma não conformidade específica deve ser um evento raro, segundo COSTA, EPPRECHT E CARPINETTI (2004). A figura 8 mostra o fluxograma para cartas para atributos. Antes de monitorar o processo, deve-se coletar  $k$  amostras de tamanho  $n$  até que se tenha certeza de que o processo está estável. Após a coleta das  $k$  amostras de tamanho  $n$ , deve-se calcular a estimativa da localização. Após, é necessário calcular os limites de controle e analisar a carta de localização. Caso esteja estável, inicia-se a monitoração do processo. Senão deve-se identificar, eliminar e prevenir causas especiais e repetir o procedimento, com a coleta de mais amostras até estabilização do processo.

FIGURA 8 - FLUXOGRAMA PARA CONSTRUÇÃO DAS CARTAS DE CONTROLE PARA ATRIBUTOS.







FONTE: Adaptado de RAMOS (1995)

## 2.10 ERRO TIPO I E ERRO TIPO II

A capacidade de se detectar perturbações no processo é importante para se poder avaliar o desempenho do processo. É também utilizado para se fazer o plano de amostragem, ou seja, dimensionar o tamanho da amostra e a frequência de amostragem  $h$

### 2.10.1 Teste de Hipóteses

As técnicas de inferência estatística podem ser classificadas em duas amplas categorias:

- 1º) Estimação de parâmetros;
- 2º) Teste de hipóteses.

Uma hipótese estatística é uma afirmativa sobre o valor de um parâmetro de uma distribuição de probabilidade. Nas cartas de controle é possível descrever as hipóteses  $H_0$  e  $H_1$  da seguinte forma:

$H_0$ : Processo sob controle.

$H_1$ : Processo fora de controle.

Ou ainda:

$H_0$ : Processo livre de causas especiais.

$H_1$ : Processo sob a influência de causas especiais.

Para testar uma hipótese, toma-se uma amostra aleatória da população em estudo, calcula-se uma estatística de teste apropriada e, então, rejeita-se ou não a hipótese nula  $H_0$ . O conjunto de valores da estatística de teste que levam à rejeição de  $H_0$  é chamado região de crítica ou região de rejeição da hipótese nula. Dois tipos de erro podem ser cometidos quando se testa hipóteses. Se a hipótese nula é rejeitada quando ela é verdadeira, então diz-se que ocorreu um erro tipo I. Se a hipótese nula não é rejeitada quando ela é falsa, então tem-se um erro tipo II. As probabilidades desses dois tipos de erro são denotadas por:

$$\alpha = P\{\text{erro tipo I}\} \quad \text{e} \quad \beta = P\{\text{erro tipo II}\}$$

O quadro 3 mostra o que pode ocorrer em uma tomada de decisão.

QUADRO 3 - TESTE DE HIPÓTESE: RISCO A E B.

Hipótese $H_0$	Decisão	
	Aceitar $H_0$	Rejeita $H_0$
Verdadeira	Decisão correta $1 - \alpha$	Erro tipo I $\alpha$
Falsa	Erro tipo II $\beta$	Decisão correta $1 - \beta$

Um conceito muito importante na Ciência Estatística é o do “poder de um teste”. *Poder de um teste* é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando ela é falsa, ou seja,

$$\text{Poder} = P\{\text{rejeitar } H_0 / H_0 \text{ é falsa}\} = 1 - \beta$$

No controle de qualidade,  $\alpha$  é às vezes chamado de risco do fabricante, porque denota a probabilidade de um lote bom ser rejeitado ou a probabilidade de que um processo produzindo valores aceitáveis de uma particular característica da qualidade venha a ser rejeitado como produzido insatisfatoriamente. Já  $\beta$  é às vezes chamado de risco do consumidor, por denotar a probabilidade de aceitação de um lote de baixa qualidade, ou a probabilidade de permitir que um processo, operando em condições não-satisfatórias com respeito à determinada característica da qualidade, continue em operação. O procedimento geral de um teste de hipótese consiste em especificar um valor para a probabilidade  $\alpha$  do erro tipo I, e, então, planejar um procedimento de teste de tal forma que um valor pequeno da probabilidade  $\beta$  do erro tipo II seja obtido. Fala-se então, em controlar ou escolher diretamente o risco  $\alpha$ . O risco  $\beta$  é, geralmente, uma função do tamanho da amostra e é controlado indiretamente. Quando maior o tamanho da amostra utilizada no teste, menor o risco  $\beta$ .

Se o processo estiver sob controle,  $\alpha$  representa o risco de erroneamente considerar-se que o processo está fora de controle (alarme falso). Se o processo estiver fora de controle,  $\beta$  representa o risco de erroneamente considerar-se o processo sob controle (não-detecção). A consequência associada ao erro tipo I, isto é, de um alarme falso é de intervir no processo, sem haver a necessidade, podendo deixar o processo fora de controle; e a consequência de um erro tipo II, é de não intervir no momento correto, isto é, o processo está fora de controle, porém não é detectado nenhuma causa especial.

### 2.10.2 Carta $\bar{X}$

Para calcular o risco  $\alpha$ , probabilidade de alarme falso é necessário conhecer a distribuição de probabilidade da variável aleatória  $X$ . Para a carta  $\bar{X}$  é assumido que a

observação tem distribuição Gaussiana, com média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ . Assumindo que a média do processo é  $\mu_0$  e o desvio padrão é  $\sigma_0$ , tem-se:

$$\alpha = P(\bar{x} > LSC_{\bar{x}} \text{ ou } \bar{x} < LIC_{\bar{x}} / \mu = \mu_0)$$

Então, como  $\bar{x} \sim N(\mu_0; \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}})$  tem-se que a v.a. padronizada  $z$  é:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1) \quad \text{e}$$

$$\alpha = P(z > \frac{LSC - \mu}{\sigma}) + P(z < \frac{LIC - \mu}{\sigma})$$

Substituindo LSC por  $\mu_0 + 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$ , LIC por  $\mu_0 - 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$ ,  $\mu$  por  $\mu_0$  e  $\sigma$  por  $\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$

$$P\left(z > \frac{\mu_0 + 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} - \mu_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}}\right) + P\left(z < \frac{\mu_0 - 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} - \mu_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}}\right) = P(z > 3) + P(z < -3)$$

Assim, tem-se:

$$\alpha = P(|z| > 3)$$

Quando o processo está fora de controle, a média do processo salta do valor de controle  $\mu_0$ , para outro valor  $\mu = \mu_0 + \delta\sigma_0$ , a probabilidade da carta não detectar está mudança na primeira amostra após está ocorrência, para a carta  $\bar{X}$ , é dada por:

$$\beta = P(LIC \leq \bar{x} \leq LSC / \mu = \mu_0 + \delta\sigma_0)$$

Então, como  $\bar{x} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$  e os limites de controle são:

$$LSC = \mu_0 + 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \quad \text{e} \quad LIC = \mu_0 - 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$$

tem-se que

$$\begin{aligned} \beta &= P(z > \frac{LSC - \mu}{\sigma}) + P(z < \frac{LIC - \mu}{\sigma}) = \\ &= P\left(z > \frac{\mu_0 + 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} - (\mu_0 + \delta\sigma_0)}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}}\right) + P\left(z < \frac{\mu_0 - 3 \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} - (\mu_0 + \delta\sigma_0)}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}}\right) \end{aligned}$$

Simplificando a expressão acima,  $\beta$  é dado por:

$$\beta = P(z > 3 - \delta\sqrt{n}) + P(z < -3 - \delta\sqrt{n}) = P(z < -3 + \delta\sqrt{n}) + P(z < -3 - \delta\sqrt{n})$$

O gráfico de  $\beta$  X  $\delta$  é conhecido como curva característica de operação e é usado para dimensionar o tamanho da amostra.

### 2.10.3 Carta R

A carta de controle da amplitude R serve para detectar mudanças na variabilidade do processo. O teste de hipóteses é:

$$H_0 : \sigma = \sigma_0$$

$$H_1 : \sigma \neq \sigma_0$$

Onde  $\sigma_0$  é o valor do desvio padrão quando o processo está sob controle, livre de causas especiais que afetem a variabilidade.

$$\alpha = 1 - P(LIC_R \leq R \leq LSC_R / \sigma = \sigma_0)$$

$$\beta = P(LIC_R \leq R \leq LSC_R / \sigma \neq \sigma_0)$$

A distribuição da variável aleatória  $R$  não é normal, ela possui uma forma assimétrica, logo um risco de alarme falso é diferente da carta  $\bar{X}$  (considerando que  $x$  seja normal). A distribuição amostral de  $R$  depende do desvio padrão dos valores de  $x$  que compõem as amostras. Logo, tem-se um número muito grande de situações diferentes. Para evitar esta situação, usa-se a distribuição da variável  $W$ , chamada de amplitude relativa, onde  $W = \frac{R}{\sigma}$ , que depende apenas do tamanho da amostra  $n$ . A probabilidade é:

$$P(R \leq R_0) = P(W \leq W_0 / n = n_0) = P(W \leq \frac{R_0}{\sigma})$$

Para determinarmos o risco  $\alpha$ , temos:

$$1 - \alpha = P(LIC_R \leq R \leq LSC_R)$$

$$\text{Como } LIC_R = (d_2 - 3d_3) \sigma_0 \quad \text{e} \quad LSC_R = (d_2 + 3d_3) \sigma_0$$

$$1 - \alpha = P(\text{Max}(0, (d_2 - 3d_3) \sigma_0) \leq R \leq (d_2 + 3d_3) \sigma_0 / n = n_0; \sigma = \sigma_0)$$

dividindo expressão acima por  $\sigma_0$ , e substituindo  $\frac{R}{\sigma_0}$  por  $W$ , tem-se

$$1 - \alpha = P(\text{Max}(0, (d_2 - 3d_3)) \leq W \leq (d_2 + 3d_3) / n = n_0)$$

Para obter o poder de detectar uma causa especial, isto é, quando o desvio padrão do processo sofre aumento de fator de  $\delta$ , indo de  $\sigma_0$  para um valor  $\sigma_1 = \delta\sigma_0$ , o poder da carta R é dado por:

$$Pd = 1 - \beta = 1 - P(LIC_R \leq R \leq LSC_R / \sigma \neq \sigma_0)$$

$$= 1 - [1 - P(R > LSC) - P(R > LIC)] =$$

$$= P(R > (d_2 + 3d_3)\sigma_0) + P(R > (d_2 - 3d_3)\sigma_0)$$

Dividindo a expressão anterior por  $\sigma$ , e substituindo  $\frac{R}{\sigma}$  por W, tem-se

$$Pd = P(W > \frac{(d_2 + 3d_3)\sigma_0}{\sigma}) + P(W > \frac{(d_2 - 3d_3)\sigma_0}{\sigma})$$

Dado que  $\sigma = \delta\sigma_0$ , o poder da carta R detectar uma causa especial é:

$$Pd = 1 - \beta = P(W > \frac{d_2 + 3d_3}{\delta}) + P(W > \frac{d_2 - 3d_3}{\delta})$$

e  $\beta$  é dado por:

$$\beta = 1 - P(W > \frac{d_2 + 3d_3}{\delta}) + P(W > \frac{d_2 - 3d_3}{\delta})$$

#### 2.10.4 Cartas $\bar{X}$ e R

Sejam as hipóteses  $H_0$  e  $H_1$  para uso conjunto das cartas de controle de  $\bar{X}$  e R, são:

$$H_0: \mu = \mu_0 \text{ e } \sigma = \sigma_0.$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0 \text{ ou } \sigma \neq \sigma_0.$$

Probabilidade conjunta de alarme falso ( $\alpha$ ):

Se  $\alpha_{\bar{X}}$  e  $\alpha_R$  são respectivamente os riscos de alarme falso associados às cartas de controle  $\bar{X}$  e R, então o risco de alarme falso para  $\bar{X}$  e R, é:

$$\alpha = \alpha_{\bar{X}} + \alpha_R - \alpha_{\bar{X}}\alpha_R$$

onde:

$$\alpha_{\bar{X}} = 1 - P(LIC_{\bar{X}} < \bar{X} < LSC_R / \mu = \mu_0; \sigma = \sigma_0)$$

$$\alpha_R = 1 - P(LIC_R < R < LSC_R / \sigma = \sigma_0)$$

Poder conjunto das cartas  $\bar{X}$  e R:

Se  $P_{\bar{X}}$  e  $P_R$  são respectivamente os poderes individuais das cartas  $\bar{X}$  e R em sinalizar uma alteração na média  $\mu$  do processo, de  $\mu_0$  para  $\mu_0 \pm \delta\sigma$ , e um aumento no desvio padrão  $\sigma$  do processo, de  $\sigma_0$  para  $\lambda\sigma_0$ , então o poder conjunto Pd é dado por:

$$Pd = P_{\bar{X}} + P_R - P_{\bar{X}} \cdot P_R$$

Onde:

$$P_{\bar{X}} = 1 - \beta = P(LIC_{\bar{X}} \leq \bar{X} \leq LSC_{\bar{X}} / \mu \neq \mu_0)$$

$$P_R = 1 - \beta = P(R > LSC_R = (d_2 + 3d_3)\sigma_0 / n = n_0; \sigma = \delta\sigma_0)$$

#### 2.10.5 Carta NP

Como a carta np tem distribuição Binomial, além de ser discreta, o risco  $\alpha$  com limites de  $3\sigma$ , não é igual a 0,0027, e nem mesmo é constante. Ao contrário do que



acontece na carta  $\bar{X}$ , que tem distribuição normal, cujo risco  $\alpha$ , com limites  $3\sigma$ , é sempre igual a 0,0027. Assim, o risco  $\alpha$  precisa ser calculado com base na distribuição de probabilidade Binomial. O risco  $\alpha$  é dado por:

$$\alpha = 1 - P(LIC \leq d \leq LSC / p = p_0)$$

Como  $d$  é uma variável aleatória binomial com parâmetros  $n$  e  $p$ , o erro  $\alpha$  pode ser obtido da distribuição acumulada.

$$\alpha = 1 - P(d \leq LSC / p = p_0) + P(d \leq LIC / p = p_0)$$

$$\alpha = 1 - \sum_{j=0}^{\lfloor nLSC \rfloor} \binom{n}{j} p_0^j (1-p_0)^{n-j} + \sum_{j=0}^{\lfloor nLIC \rfloor} \binom{n}{j} p_0^j (1-p_0)^{n-j}$$

onde  $\lfloor nLSC \rfloor$  significa o maior número inteiro, menor ou igual a  $nLSC$  e  $\lfloor nLIC \rfloor$  significa o menor número inteiro, maior ou igual a  $nLIC$ .

A probabilidade do erro tipo II para a carta de controle para a fração não conforme (carta  $p$ ) pode ser calculado por:

$$\begin{aligned} \beta &= P(d < nLSC / p = p_1) - P(d < nLIC / p = p_1) \\ &= P(d < nLSC / p = p_1) - P(d < nLIC / p = p_1) \end{aligned}$$

onde  $d$  é uma variável aleatória binomial com parâmetros  $n$  e  $p$ , erro  $\beta$  pode ser obtido da distribuição binomial acumulada.

$$\beta = \sum_{j=0}^{\lfloor nLSC \rfloor} \binom{n}{j} p_1^j (1-p_1)^{n-j} - \sum_{j=0}^{\lfloor nLIC \rfloor} \binom{n}{j} p_1^j (1-p_1)^{n-j}$$

onde  $\lfloor nLSC \rfloor$  significa o maior número inteiro, menor ou igual a  $nLSC$  e  $\lfloor nLIC \rfloor$  significa o menor número inteiro, maior ou igual a  $nLIC$ .

### 2.10.6 Carta C e U

A probabilidade de erro tipo I e tipo II para as cartas C e U, podem ser obtidos da distribuição de Poisson. Para a carta C, o valor de  $\alpha$ , pode ser obtido da seguinte forma:

$$\alpha = P(c > LSC \text{ ou } c < LIC / c = \bar{c}) = 1 - P(LIC \leq c \leq LSC / c = \bar{c})$$

$$\alpha = 1 - P(c \leq LSC / c = \bar{c}) + P(c \leq LIC / c = \bar{c})$$

$$\alpha = 1 - \sum_{x=0}^{\lfloor LSC \rfloor} \frac{e^{-\bar{c}} \bar{c}^x}{x!} + \sum_{x=0}^{\lfloor LIC \rfloor} \frac{e^{-\bar{c}} \bar{c}^x}{x!}$$

onde  $\lfloor LSC \rfloor$  significa o maior número inteiro, menor ou igual a  $LSC$  e  $\lfloor LIC \rfloor$  significa o menor número inteiro, maior ou igual a  $LIC$ .

Para a carta U, o valor de  $\alpha$  é:

$$\alpha = 1 - \sum_{x=0}^{\lfloor nLSC \rfloor} \frac{e^{-nu} (nu)^x}{x!} + \sum_{x=0}^{\lfloor nLIC \rfloor} \frac{e^{-nu} (nu)^x}{x!}$$

onde  $\lfloor nLSC \rfloor$  significa o maior número inteiro, menor ou igual a  $nLSC$  e  $\lfloor nLIC \rfloor$  significa o menor número inteiro, maior ou igual a  $nLIC$ .

Para a carta C, o valor de  $\beta$  é dado por:

$$\beta = P(LIC < c \leq LSC/c) = P(x < LSC/c) - P(x \leq LIC/c)$$

$$= P(c < LSC/c) - P(c \leq LIC/c)$$

$$\beta = \sum_{x=0}^{\lfloor LSC \rfloor} \frac{e^{-c} c^x}{x!} - \sum_{x=0}^{\lfloor LIC \rfloor} \frac{e^{-c} c^x}{x!}$$

onde  $\lfloor LSC \rfloor$  significa o maior número inteiro, menor ou igual a LSC e  $\lfloor LIC \rfloor$  significa o menor número inteiro, maior ou igual a LIC.

Para a carta U o valor de  $\beta$  é dado por:

$$\beta = P(LIC < nu \leq LSC/u) = P(x < LSC/u) - P(x \leq LIC/u)$$

$$\beta = P(c < nLSC/u) - P(c \leq nLIC/u)$$

$$\beta = \sum_{x=0}^{\lfloor nLSC \rfloor} \frac{e^{-nu} (nu)^x}{x!} - \sum_{x=0}^{\lfloor nLIC \rfloor} \frac{e^{-nu} (nu)^x}{x!}$$

onde  $\lfloor nLSC \rfloor$  significa o maior número inteiro, menor ou igual a nLSC e  $\lfloor nLIC \rfloor$  significa o menor número inteiro, maior ou igual a nLIC.

## 2.11 Cartas para Sequências Curtas de Produção ou Pequenos Lotes

Em razão das mudanças econômicas, novas técnicas para a manufatura foram desenvolvidas com o objetivo de redução de custos, maior flexibilidade, melhoria da qualidade e conseqüentemente de competitividade. Ao mesmo tempo, o CEP convencional tornou-se *a priori* inviável, pois havia a crença de que o CEP só é

adequado à produção contínua, em que uma grande quantidade de dados está disponível para a análise. Segundo RAMOS (1995), produção contínua é somente uma idealização, pois em qualquer fábrica há troca de lotes de materiais, troca de turnos, ajustes de máquina e assim por diante. Então, não existe na verdade uma produção contínua no sentido estrito da palavra, mas sim, uma sucessão de lotes de produção, alguns dos quais podem ter tamanhos até muito reduzidos. O termo pequenos lotes ou seqüências curtas de produção refere-se a todas aquelas situações nas quais, em função da escassez de dados disponíveis, ocorrem dificuldades na aplicação do CEP convencional. A seguir, apresenta-se três limitações do CEP tradicional:

- 1) São necessárias 20 a 25 amostras para verificar a estabilidade do processo, antes de calcular os limites das cartas de controle, o que pode não ser viável em processos com pequenos lotes de produção;
- 2) Cada carta de controle monitora apenas uma característica de qualidade, o que pode gerar um número grande de cartas de controle, para produtos com muitas características;
- 3) Se um produto tem características similares, porém com outras diferenças devido a tipo de material ou aos limites de especificação, necessitam de cartas de controle separadas.

As modificações nas cartas de controle tradicionais permitem o uso de cartas de controle, em situações que não é possível aplicar as cartas convencionais. O foco de monitoramento deve ser no processo e não no produto. A seguir apresenta-se algumas das cartas para seqüências curtas de produção (*short run control chart*).

#### 2.11.1 Carta de Controle Nominal ou Delta

As cartas de controle nominal são uma adaptação das cartas de controle para variáveis do CEP tradicional e são úteis, pelo fato de possibilitar que produtos com

diferentes especificações de engenharia sejam monitorados em uma única carta de controle. Isto permite um acompanhamento contínuo do processo de produção, mesmo quando há troca do tipo de produto no equipamento. Segundo WISE e FAIR (1998), as situações que se pode aplicar a carta de controle Nominal são:

- 1) Produtos com características similares e com diferentes dimensões;
- 2) Produção com pequenos lotes;
- 3) Grande diversidade de produtos e com baixo volume de produção.

A medida nominal  $N$  é o melhor valor da especificação de engenharia. Para o uso da carta Nominal, o valor nominal de especificação deve ser o melhor valor para o processo.

Sobre a estatística básica, sabe-se que, se for subtraída uma constante de uma amostra, a média dos dados é subtraída por esta constante, porém a amplitude e o desvio padrão não são afetados. A idéia consiste em codificar os dados obtidos através do uso do desvio da média ou da dispersão da amostra em relação ao valor nominal de especificação de engenharia.

$$y_i = x_i - N_A$$

Onde  $x_i$  representa as medidas e  $N_A$  o valor nominal da peça A. Para  $\bar{X}$  plota-se o desvio da média da amostra e para R ou S não há alteração, apenas plota-se a amplitude ou o desvio padrão da amostra. Admitindo que o processo está sob controle, e que as variáveis têm distribuição normal e todos os tipos de peças possuem a mesma variância.

Os limites para carta R são:

$$LIC_R < R < LSR_R$$

Como a modificação não afeta a dispersão, não há alteração para R.

$$LSC = D_4 \cdot \bar{R}$$

$$LC = \bar{R}$$

$$LIC = D_3 \cdot \bar{R}$$

E para  $\bar{X}$  tem-se:

$$LIC_{\bar{X}} < \bar{x} < LSC_{\bar{X}}$$

$$\bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R} < \bar{x} < \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

e subtraindo-se N de todos os termos da igualdade anterior vem

$$\bar{\bar{x}} - N - A_2 \bar{R} < \bar{x} - N < \bar{\bar{x}} - N + A_2 \bar{R}$$

E, fazendo-se  $y = x - N$ ,  $\bar{y} = \bar{x} - N$  e  $\bar{\bar{y}} = \bar{\bar{x}} - N$  implica em que  
 $\bar{x} = \bar{y} + N$  e  $\bar{\bar{x}} = \bar{\bar{y}} + N$

Fazendo-se as substituições, tem-se:

$$\bar{\bar{y}} + N - N - A_2 \bar{R} < \bar{y} + N - N < \bar{\bar{y}} + N - N + A_2 \bar{R}$$

simplificando N, os limites ficam:

$$\bar{\bar{y}} - A_2 \bar{R} < \bar{y} < \bar{\bar{y}} + A_2 \bar{R}$$

Logo, os limites de controle para a carta  $\bar{X}$  nominal, são:

$$LSC = \bar{\bar{y}} + A_2 \bar{R}$$

$$LC = \bar{\bar{y}}$$

$$LIC = \bar{\bar{y}} - A_2 \bar{R}$$

Onde:  $\bar{y}_i = \bar{x}_i - N$  com  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $\bar{\bar{y}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{y}_i}{m}$  e  $\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m}$  para  $m$  amostras coletadas.

As restrições são:

- 1º) As medidas não devem ser correlacionadas;
- 2º) Os tamanhos das amostras devem ser iguais e maiores que um;
- 3º) As medidas individuais devem ser provenientes de uma população com distribuição normal.
- 4º) As dispersões das medidas individuais de cada tipo de produto devem ser estatisticamente iguais.
- 5º) Segundo VERMANI (2003), o número de produtos, não deve ser maior que sete na mesma carta de controle.

Se, alternativamente, for empregada a carta da média e do desvio padrão,  $\bar{X}$  e  $S$ , os limites de controle são:

$$LSC = \bar{\bar{y}} + A_3 \bar{S}$$

$$LC = \bar{\bar{y}}$$

$$LIC = \bar{\bar{y}} - A_3 \bar{S}$$

e

$$LSC = B_4 \bar{S}$$

$$LC = \bar{S}$$

$$LIC = B_3 \bar{S}$$

Onde:  $\bar{y}_i = \bar{x}_i - N$  com  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $\bar{\bar{y}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{y}_i}{m}$  e  $\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m}$  para  $m$  amostras coletadas.

### 2.11.2 Carta Alvo ou Target

A carta nominal ou carta delta tem a linha central, como a média dos desvios em relação ao valor nominal  $N$ , dado pela especificação de engenharia. Porém em algumas situações, o processo não deve ou não pode estar centrado no valor nominal, por não ser o melhor valor para a média do processo. Nesta situação, deve-se usar a média histórica do processo no lugar do valor nominal e esta média deve ser confiável. Os critérios para utilizar são os mesmos da carta delta. WISE e FAIR (1998) consideram a carta nominal como carta alvo e logicamente o valor nominal  $N$ , de especificação de engenharia, pode ser escolhido como valor alvo. Assim, o valor alvo pode se identificado em uma das três, situações:

- 1º) O valor alvo é definido como o valor nominal de especificação de engenharia.
- 2º) O valor alvo é definido pelo operador ou pelo engenheiro, devido a limitações da produção ou de outras restrições, o valor nominal de especificação de engenharia é diferente do valor médio do processo.
- 3º) O valor alvo é definido como valor suficientemente distante do limite superior ou do limite inferior de especificação (unilateral).

Da mesma forma que na carta nominal, na carta alvo codifica os dados obtidos através do uso do desvio da média ou da dispersão da amostra em relação ao valor alvo.

$$y_i = x_i - T_A$$

onde  $T_A$  é o valor alvo para a peça  $A$  e  $x_i$  são as medidas coletadas. Ao invés de se empregar a medida nominal  $N$ , emprega-se a medida alvo  $T$ . Assim, os limites de controle não sofrem nenhuma alteração em suas fórmulas, em relação àquelas da técnica Nominal.



### 2.11.3 Cartas Padronizadas de $\bar{X}$ e R e $\bar{X}$ e s (ou pequenos lotes)

Segundo WISE e FAIR (1998) as situações em que se podem aplicar as cartas padronizadas para monitoramento do processo são:

- Para múltiplas características.
- Para características não similares e características com dispersões diferentes.
- Produção com seqüências curtas.
- Quantidade limitada de dados.

Para evitar a necessidade das peças tenham a mesma dispersão, como nas cartas Nominal e Alvo, a alternativa são as cartas padronizadas. A modificação feita é a fixação dos limites de controle, que teoricamente tem a vantagem de não a necessitar fazer o cálculo destes limites. As cartas padronizadas trabalham com dados históricos do processo.

De  $LIC_R < R < LSR_R$  isola-se  $\bar{R}$ , tem-se:

$$D_4 \cdot \bar{R} < R < D_3 \cdot \bar{R}$$

$$D_3 < \frac{R}{\bar{R}} < D_4$$

E de  $\bar{x} - A_2 \bar{R} < \bar{x} < \bar{x} + A_2 \bar{R}$ , isola-se  $A_2$  e tem-se:

$$-A_2 < \frac{\bar{x} - \bar{\bar{x}}}{\bar{R}} < +A_2$$

Assim, os limites de controle para as cartas padronizadas  $\bar{X}$  e R são:

$$LSC = A_2$$

$$LC = \frac{\bar{x} - \bar{\bar{x}}}{\bar{R}}$$

$$LIC = -A_2$$

e

$$\text{LSC} = D_4$$

$$\text{LC} = \frac{R}{\bar{R}}$$

$$\text{LIC} = D_3$$

De  $\bar{\bar{x}} - A_3 \bar{S} \leq \bar{x} \leq \bar{\bar{x}} + A_3 \bar{S}$  isola-se  $A_3$  e tem-se:

$$-A_3 < \frac{\bar{x} - \bar{\bar{x}}}{\bar{S}} < +A_3$$

De  $B_3 \bar{S} \leq S \leq B_4 \bar{S}$  isola-se  $\bar{S}$  e tem-se

$$B_3 < \frac{S}{\bar{S}} < B_4$$

Assim, os limites de controle para as cartas padronizadas  $\bar{X}$  e  $s$  são:

$$\text{LSC} = A_3$$

$$\text{LC} = \frac{\bar{x} - \bar{\bar{x}}}{\bar{S}}$$

$$\text{LIC} = -A_3$$

e

$$\text{LSC} = B_4$$

$$\text{LC} = \frac{S}{\bar{S}}$$

$$\text{LIC} = B_3$$

Os valores de  $\bar{\bar{x}}$ ,  $\bar{R}$  ou  $\bar{S}$  empregados na padronização das medidas são estimativas da média e da dispersão do processo, obtidas a partir de valores históricos para cada tipo de peça produzido e devem ser constantemente atualizados.

Esta técnica é denominada por WISE E FAIR (1998) e RAMOS (1995) como cartas para pequenos lotes e para GRIFFITH (1996) como cartas padronizadas.

Outro modelo de padronização de cartas de controle para variáveis, cuja vantagem é a possibilidade de usar amostras de tamanhos diferentes. Da mesma forma que nas cartas de controle padronizadas anteriores, isolamos todos os parâmetros, de modo que os limites de controle são padronizados em -3 e +3. Os limites são:

Para  $\bar{x}$  e R:

$$-3 < \frac{\bar{x} - \bar{\bar{x}}}{\hat{\sigma}} \sqrt{n} < +3 \quad \text{e} \quad -3 < \frac{\frac{R}{d_2} - d_2}{d_3} < +3$$

Para  $\bar{x}$  e s:

$$-3 < \frac{\bar{x} - \bar{\bar{x}}}{\hat{\sigma}} \sqrt{n} < +3 \quad \text{e} \quad -3 < \frac{\frac{S}{C_4} - C_4}{C_5} \sqrt{n_i} < +3$$

$\bar{\bar{x}}$  é a média ponderada das médias amostrais, usando como pesos os seus respectivos tamanhos de amostras.

$$\bar{\bar{x}} = \frac{n_1 \cdot \bar{x}_1 + n_2 \cdot \bar{x}_2 + \dots + n_k \cdot \bar{x}_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}$$

$\bar{\bar{x}}$  e  $\hat{\sigma}$  são estimativas históricas para a média e o desvio padrão.

#### 2.11.4 Cartas de Controle Padronizadas para Atributos

As mesmas condições das cartas convencionais para atributos são válidas para estas cartas. As cartas padronizadas para atributos permitem a combinação de diferentes medidas de processos, em uma única carta de controle, porque cada ponto (de cada processo) é calculado pela diferença entre a última medida obtida do processo A e a média histórica do processo A, dividido pelo desvio padrão histórico do processo A. Em outras palavras, o valor do ponto registrado na carta, reflete a proporção e a direção dos dados recentemente obtidos, em relação ao histórico do processo. Os dados devem ter:

a) Distribuição Normal e serem independentes.

b) Para as cartas P e NP,

$$n\bar{p} > 5 \quad \text{e} \quad n(1 - \bar{p}) > 5$$

c) Para as cartas C ou U.

$$\bar{c} > 5$$

Toda a carta de controle padronizada para atributos tem a linha central em zero e o limite superior e inferior em +3 e -3. Esta técnica, também permite o tamanho variável para n e utiliza uma única carta de controle para monitorar várias peças de diferentes características de qualidade.

A carta p padronizada tem a mesma aplicação que a carta p tradicional, exceto que se monitora a proporção de defeitos para processos diferentes (com médias diferentes) em uma mesma carta de controle.

$$\text{Seja } p = \frac{d}{n}, \quad \mu(p) = \hat{p} \quad \text{e} \quad \sigma(p) = \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}$$

$$\mu(p) - 3\sigma(p) < p < \mu(p) + 3\sigma(p)$$

$$\bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} < p < \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$\hat{p}$  são valores obtidos na inspeção dos diversos tipos de peças e  $\bar{p}$  é a média histórica de cada peça ou característica controlada. Subtraindo  $\bar{p}$ , tem-se

$$-3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} < \hat{p} - \bar{p} < +3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

Dividindo a expressão por  $\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$ ,

$$-3 < \frac{\hat{p} - \bar{p}}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}} < +3$$

Assim, os limites de controle são:

$$\text{LSC} = +3$$

$$\text{LC} = \frac{\hat{p}_i - \bar{p}_i}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}}$$

$$\text{LIC} = -3$$

Onde  $\hat{p}_i$  é o estimador de  $p$  da  $i$ -ésima amostra e  $\bar{p}$  é a média histórica.

Para a carta C padronizada, a aplicação é a mesma da carta C tradicional, exceto que aquela monitora o número de defeitos de diferentes processos em uma mesma carta de controle. O valor de  $\bar{c}$  é obtido a partir de dados históricos.

Sejam  $u = \frac{c}{n}$ ,  $\mu(c) = \bar{c}$  e  $\sigma(c) = \sqrt{\bar{c}}$

de  $\mu(c) - 3\sigma(c) < c < \mu(c) + 3\sigma(c)$  obtem-se

$\bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} < c < \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$  subtraí-se  $\bar{c}$  e divide-se por  $\sqrt{\bar{c}}$ ,

$$-3 < \frac{c - \bar{c}}{\sqrt{\bar{c}}} < +3$$

Assim, os limites de controle da carta C padronizada são:

$$\text{LSC} = +3$$

$$\text{LC} = \frac{c_i - \bar{c}}{\sqrt{\bar{c}}}$$

$$\text{LIC} = -3$$

Onde  $c_i$  é o número de defeitos da i-ésima amostra.

Segundo GRIFFITH (1996), a dificuldade de uso destes tipos de cartas é a atualização dos valores históricos e o cálculo dos pontos. O quadro 4 resume as fórmulas para cartas de controle para atributos padronizadas para seqüências curtas de produção.

**QUADRO 4 - FÓRMULAS PARA CARTAS DE CONTROLE PARA ATRIBUTOS PADRONIZADAS PARA SEQÜÊNCIAS CURTAS DE PRODUÇÃO.**

Cartas de Controle Padronizados de Atributos Apropriados para Seqüências Curtas de Produção.			
Atributo	Valor-Alvo	Desvio Padrão	Estatística a Plotar
$\hat{p}_i$	$\bar{p}$	$\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$	$Z = \frac{\hat{p}_i - \bar{p}_i}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}}$
$n\hat{p}_i$	$n\bar{p}$	$\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$	$Z_i = \frac{n\hat{p}_i - n\bar{p}_i}{\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}}$

$c_i$	$\bar{c}$	$\sqrt{\bar{c}}$	$Z_i = \frac{c_i - \bar{c}}{\sqrt{\bar{c}}}$
$u_i$	$\bar{u}$	$\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$	$Z_i = \frac{u_i - \bar{u}}{\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}}$

FONTE: MONTGOMERY (2004)

Ramos (1995) cita outras técnicas, como a normalização de dados e de pequenos lotes. Na normalização de dados são utilizadas transformações dos dados para que se tenha a aproximação pela normal, logo não há necessidade de fazer testes para verificar a normalidade. Para pequenos lotes, a idéia básica é determinar os limites de controle baseados na distribuição de probabilidade da variável que se irá monitorar, estabelecendo o risco tipo I (ou  $\alpha$ ). Tradicionalmente, para três sigma,  $\alpha = 0,0027$ , então os pontos devem ficar dentro de  $1-\alpha$ . Logo, temos:

$$P(\mu - 3\sigma < x < \mu + 3\sigma) = 1 - \alpha = 0,99973 \quad \text{ou}$$

$$P(X < \mu - 3\sigma) = P(X > \mu + 3\sigma) = \frac{\alpha}{2} = 0,00135$$

Utilizando a distribuição acumulada,

$$F_x(X) \geq 0,00135$$

$$F_x(X) \leq 0,99865$$

Ramos (1995) adotou o seguinte procedimento para obtenção dos limites de controle para distribuição Binomial e Poisson: incrementa-se o valor da variável aleatória  $x$ , de uma unidade de cada vez nas expressões:

$$F_x(X) = \sum [C_{n,x} \cdot p'^x \cdot (1-p')^{n-x}], \quad (X \leq x)$$

$$F_x(X) = \sum \frac{e^{-c'} \cdot c'^x}{x!}, \quad (X \leq x)$$

verifica-se se  $F_x(x) \leq 0,99865$  é desrespeitada. Quando isso ocorre, o valor obtido soma-se 0,5 ao valor corrente de  $x$  e este valor é o limite procurado.

## 2.12 CARTAS DE CONTROLE DE GRUPOS E PARA BATELADAS

### 2.12.1 Cartas de Controle de Grupos

Há processos onde há vários pontos de fluxos, como por exemplo, uma máquina com vários pontos de envase. Para este tipo de processo, pode-se aplicar um dos seguintes procedimentos:

- 1) Uma carta de controle para cada ponto, isto é, monitora-se cada ponto, porém se o processo tem muitos pontos, haverá um número muito grande de cartas de controle, tornando o controle difícil e burocrático;
- 2) Utilizar apenas uma carta de controle para todos os fluxos ou para pequenos subgrupos.

Segundo RAMOS (2000), um dos princípios básicos da formação de subgrupos recomenda que não se devam misturar produtos provenientes de diferentes fontes (ou fluxos), já que eventuais diferenças entre estes acusarão causas especiais na carta de controle, devido ao problema da estratificação.

A carta de controle de grupos foi introduzida por BOYD (1950). Ela permite o controle de múltiplos fluxos através de uma única carta. Quando o processo está sob controle, supõem-se idênticos os fluxos ou fontes. Os limites de controle são semelhantes aos das cartas  $\bar{X}$  e  $R$ , mas os dados são agrupados de modo diferente ao que se adota convencionalmente. Extraem-se amostras de tamanho  $n$  de cada fluxo, cada coleta representa um grupo. Tira-se a média e a amplitude de cada grupo e plota-se a maior e a menor média para a carta  $\bar{X}$  e para  $R$ , plota-se a maior amplitude de cada grupo.  $\bar{x}$  é a média global e  $\bar{R}$  é a amplitude média. Os limites de controle são:



$$LSC = \bar{x} + A_2 \bar{R}$$

$$LC = \bar{x}$$

$$LIC = \bar{x} - A_2 \bar{R}$$

e

$$LSC = D_4 \cdot \bar{R}$$

$$LC = \bar{R}$$

$$LIC = D_3 \cdot \bar{R}$$

Segundo MONTGOMERY (2004) o cálculo das ARLs não pode ser feito com as fórmulas do CEP convencional.

#### 2.12.2 Cartas de Controle para Bateladas

Para processos em que se produz material em bateladas (ou lotes), de modo que diferentes amostras retiradas de uma mesma batelada apresentam pequena variação, mas entre bateladas as médias são bastante distintas. Nestas situações, pode-se utilizar a carta por bateladas, que é uma mistura das cartas  $\bar{X}$  e R com as cartas do valor individual e amplitude móvel (x e Rm). Os limites são:

$$LSC = \bar{x} + E_2 \bar{R}m$$

$$LC = \bar{x}$$

$$LIC = \bar{x} - E_2 \bar{R}m$$

e

$$LSC = D_4 \cdot \bar{R}m$$

$$LC = \bar{R}m$$

$$LIC = D_3 \cdot \bar{R}m$$

$$\text{Onde } E_2 = \frac{3}{d_2}, \bar{x} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_m}{m} \text{ e } \bar{R}m = \frac{\sum_{i=2}^m Rm_i}{m-1}$$

### 2.13 PLANEJAMENTO ECONÔMICO

Quando as cartas de controle são utilizadas para monitorar um processo, três variáveis devem ser determinadas: o tamanho da amostra ( $n$ ), o intervalo de coleta das amostras ( $h$ ) e os limites de controle ( $L$  ou  $k$ ), em número de desvios padrões. SHEWHART (1939) sugeriu três sigmas para os limites de controle, quatro ou cinco para o tamanho das amostras e o intervalo entre as sucessivas amostras devem ser determinadas por um profissional. Porém, pode-se aplicar critérios mais eficientes para obter estes parâmetros ou para alguns deles. A curva característica de operação, CCO é muito útil para se obter o desempenho do plano de amostragem para o processo.

Através da CCO, pode-se determinar o tamanho da amostra  $n$  e o poder para detectar alterações no processo ( $1 - \beta$ ). Cada tipo de carta tem valores de  $\alpha$  e  $\beta$  associados a seu plano de amostragem e que representam os erros que efetivamente estão sendo cometidos quando se utiliza a carta de controle. A partir desses valores são calculadas os comprimentos médios de corridas ou ARLs (Average run length):

$$ARL_1 = \frac{1}{\alpha} \quad \text{e} \quad ARL_2 = \frac{1}{1 - \beta}$$

Onde a  $ARL_1$  retorna o número de amostras que são retiradas até a ocorrência de um alarme falso (com o processo sob controle) e  $ARL_2$  é o número esperado de amostras retiradas até a detecção do desvio (processo fora de controle), e  $1 - \beta$  corresponde ao poder de detectar um desvio, tendo este ocorrido. Através da  $ARL_1$  pode-se obter o tempo apropriado entre as coletas das amostras.

O valor de  $\alpha$  deve ser controlado, pois valores grandes de  $\alpha$  geram muitos falsos alarmes e que não é bom para o monitoramento do processo, pois se pode perder a confiança no trabalho de controle, além de intervir no processo quando ele está sob controle e alterar o estado do processo para fora de controle. Por exemplo, se  $\alpha =$

0,01, o controle do processo tem 1% de probabilidade de afirmar que existe uma causa especial, embora isto não seja verdade (erro tipo I) e  $ARL_1 = \frac{1}{0,01} = 100$ , isto é, a cada 100 amostras deve aparecer um sinal falso, ou ainda se o tempo entre as coletas das amostras for de hora em hora, a cada 100 horas terá um sinal falso, de modo que este tempo pode não ser ideal para um determinado processo.

Outras formas para encontrar as variáveis  $n$ ,  $h$ ,  $k$  são os modelos econômico, estatístico e econômico-estatístico. Modelos mais complexos em virtude ser necessário determinam várias variáveis do processo, como custo por alarmes falsos, Custo para corrigir o processo, e dificuldade com a resolução dos modelos não lineares. Segundo MONTGOMERY (2004), um artigo fundamental na área de modelagem de custos de sistemas de controle de qualidade foi publicado por GIRSHIK e RUBIN (1952).

DUNCAN (1956) propôs o primeiro modelo econômico para cartas de controle  $\bar{X}$ , (isto é,  $\mu \pm \frac{k\sigma}{\sqrt{n}}$ , onde  $\mu$  e  $\sigma$  são, respectivamente a média e o desvio padrão do processo), que minimiza o custo médio quando uma única causa especial existe. O modelo de custo de Duncan inclui o custo de amostragem e inspeção, o custo de produtos defeituosos, o custo de falsos alarmes, o custo para procurar uma causa especial e o custo para corrigir o processo.

CHOU, et al (2000, p. 1) refere-se ao crescimento de trabalhos nesta área, afirmando que:

“Desde Duncan, considerável atenção tem sido dada para determinar a solução econômica ótima para estes três parâmetros (Duncan, 1971; Gibra, 1971; Goel, et al, 1968; Knappenberger e Grandage, 1969). Revisão de literatura em planejamento econômico para cartas de controle foi publicada por Montgomery (1980), Vance (1983) e Ho e Case (1994). Alexander, et al. (1995) combinou o modelo de Duncan com a função perda de Taguchi”.

Além destes trabalhos, tem-se: CHIU e WETHERILL (1974) que publicaram artigo sobre o modelo semi-econômico para carta  $\bar{X}$ . Outro autor SANIGA (1977) desenvolveu o planejamento econômico para as cartas  $\bar{X}$  e  $R$ .

O planejamento econômico é um modelo constituído de uma função objetivo  $C$ , não linear, e procura-se otimizar  $C$  obtendo as variáveis  $n$ ,  $h$  e  $k$ . A função  $C$  é composta de várias variáveis além de  $n$ ,  $h$  e  $k$ . Estas variáveis devem ser obtidas dentro de cada processo. Várias funções para o planejamento econômico foram desenvolvidas, além da função pioneira de Duncan. A fórmula de Lorenze e Vance está programada para as cartas de controles  $\bar{X}$ ,  $\bar{X}$  e  $R$ ,  $\bar{X}$  e  $s$ ,  $p$ ,  $C$  e MEWMA. Abaixo o modelo geral para planejamento econômico, na abordagem não-linear:

Minimizar  $C_{(n,h,k)}$

Sujeito às restrições:

$n$  é número inteiro positivo.

$k, h \geq 0$

O planejamento estatístico deve satisfazer apenas as restrições das ARLs, que equivale aos erros tipo I e tipo II, ou ainda ao tempo médio para o sinal (TES), ou **average time to sinal (ATS)** para uma mudança em particular. O planejamento estatístico abordado por WOODALL (1984), permite a seleção de  $n$  e  $k$ , obtido da pré-seleção dos erros tipos I e II.

$$ARL_1 > \overline{ARL}_1$$

$$ARL_i > \overline{ARL}_i, i = 2, 3, \dots, m$$

$$ARL_j < \overline{ARL}_j, j = m+1, m+2, \dots, q$$

SANIGA (1989) propôs o modelo econômico-estatístico, o qual além de minimizar a função custo  $C$ , possui tem certas restrições com as ARLs, conforme esquema seguinte:

Minimize<sub>(n, k, h)</sub>  $C$

Sujeito às restrições:

$$ARL_1 > \overline{ARL}_1$$

$$ARL_i > \overline{ARL}_i, i = 2, 3, \dots, m$$

$$ARL_j < \overline{ARL}_j, j = m+1, m+2, \dots, q$$

Onde C é a função custo.

A abordagem econômica tem algumas vantagens sobre o planejamento estatístico, segundo MONTGOMERY (2004), contudo o planejamento econômico foi criticado por WOODALL (1986,1987) por várias razões, mas principalmente porque a solução dos modelos é complexa (envolve programação não linear). Na atualidade, entretanto, já existem vários programas de computador para a solução destes de problemas. Outras razões apontadas por Woodall são: a falta de notação igual entre autores, dificuldades em estimar os custos e as variáveis do processo, falta de conhecimento do desempenho para os diferentes modelos de processo, e ocasionalmente um valor grande para o erro tipo I ( $\alpha$ ), o que resulta em excessiva frequência de alarmes falsos, que não são adequados para o processo. Como exemplo, o uso do programa de SANIGA, DAVIS E McWILLIAMS (2001), para as cartas  $\bar{X}$  e S. Considerando o exemplo a seguir, determinou-se as variáveis de entrada: Tempo para amostrar e inspecionar um item,  $E = 0,01$  horas; Tempo de procura por um falso alarme,  $T_0 = 0,1$  horas; Tempo para descobrir a causa especial,  $T_1 = 0,1$  horas; Tempo para reparar a causa especial,  $T_2 = 0,5$  horas; Custo de itens defeituosos com o processo sob controle,  $C_0 = 0,00$ ; Custo de itens defeituosos com o processo fora de controle,  $C_1 = R\$100,00$ ; Custo por falso alarme,  $Y = R\$ 1,00$ ; Custo para encontrar e reparar a causa especial,  $W = R\$ 2,00$ ; Custo fixo de amostragem,  $A = R\$ 0,50$ ; Custo variável de amostragem,  $B = R\$ 0,10$ ; Número médio de ocorrências, por hora, de causas especiais,  $\lambda = L = 0,01$ ; Desvio da média do processo, em número de desvios padrões,  $\delta = DELMU = 1,5$ ; Desvio da variância do processo, em números de desvios padrões,  $\frac{\sigma_1}{\sigma_0} = \text{SIGMA-RATIO} = 2,00$ ; a produção para durante a procura se o sinal é verdadeiro ou não,  $\delta_1 = D1 = 0$  (se igual a zero, o processo para, para a procura das

causas); a produção é continua durante o reparo,  $\delta_2 = D2 = 0$  (se igual a zero, o processo para, para o reparo do processo). A solução ótima é:  $n = 4$ ,  $h = 1,3$  horas,  $k = 2$  para a carta  $\bar{X}$  e  $k = 1,45$  para carta  $s$ , o custo mínimo é R\$ 1,622 por hora,  $\alpha = 0,1386$  e poder de teste é 0,8986.

```

ECONOMIC PARAMETER VALUES
=====
E = 0.010    T0 = 0.100    T1 = 0.100    T2 = 0.500
C0 = 0.00    C1 = 100.00    Y = 1.00
W = 2.00    A = 0.50    B = 0.10
L = 0.0100    DELMU = 1.50    SIGMA-RATIO = 2.00
D1 = 0    D2 = 0

OVERALL BEST PLAN: N=4    X-BAR LIMIT =2.00    S-CHART LIMIT = 1.45
H= 1.300    COST= 1.622
** SUMMARY FOR PLAN N= 4 X-LIMIT = 2.00    S-LIMIT =1.45 H = 1.300
HOURLY COSTS:                                ECL = 102.50 HOURS
                                           % OF TIME UP & IN CONTROL: 97.56
NONCONFORMING ITEMS                        0.8177    ALPHA = 0.1386
FALSE ALARMS                             0.1034    P = 0.8986
ASSIGNABLE CAUSES                        0.0195    ATS =1.447 HOURS
SAMPLING                                0.6811
TOTAL                                  1.6216

```

\*\*\*\*\*

### 2.13.1 Planejamento Econômico: Abordagem segundo Lorenzen e Vance

Para otimizar o procedimento do controle de qualidade, o custo total de qualidade deve ser obtido em função de  $n$  (tamanho da amostra),  $h$  (intervalo de tempo de coleta das amostras) e  $k$  (limite de controle), que são as variáveis independentes. A variável dependente  $C(n,h,k)$ , que é a função objetivo, é denominada função custo. Os custos incorridos durante o período sob controle são:

1. Custos de coleta das amostras;
2. Custos de produção de produtos não conformes;
3. Custos para falsos alarmes.

Quando o processo muda dos estados, ou seja, de sob controle para fora de controle, isto é observado através do monitoramento estatístico e o processo não volta para o estado sob controle sem a intervenção das pessoas responsáveis pelo

monitoramento do processo. Os custos incorridos durante o período fora de controle são:

1. Custos devido à coleta das amostras;
2. Custos devido ao nível de aumento dos produtos defeituosos;
3. Custos devido à procura de uma causa especial, custos de reparação do processo, custos do tempo parado.

#### 2.13.1.1 Duração de um ciclo

A duração de um ciclo é a soma dos seguintes itens:

- a) O tempo até que uma determinada causa ocorra.

Se a produção é contínua, durante a busca, a média de tempo para ocorrer uma causa especial é simplesmente  $\frac{1}{\lambda}$  (distribuição geométrica), onde  $\lambda$  é o número médio de ocorrências de causas especiais por hora. Seja  $T_0$  a expectativa de tempo para procurar um falso alarme e  $S$  é o número esperado de amostras tomadas, quando o processo esta sob controle. O número de falsos alarmes é dado por:

$$T_0 \cdot \frac{S}{ARL_1}, \quad \text{Para} \quad S = \frac{e^{-\lambda h}}{1 - e^{-\lambda h}}$$

Seja  $\delta_1=1$ , se a produção é contínua durante a procura por causas especiais e  $\delta_1=0$ , se a produção para durante a busca. Então, o tempo esperado até que uma determinada causa ocorra é:

$$(1 - \delta_1) T_0 \frac{S}{ARL_1} + \frac{1}{\lambda} \quad (1)$$

b) O tempo até que a próxima amostra é tomada.

Seja  $\tau$  o tempo esperado para a ocorrência de uma determinada causa, dado que ela ocorre entre a  $i$ -ésima e a  $i$ -ésima +1 amostra é:

$$\tau = \frac{\int_{ih}^{(i+1)h} e^{-\lambda t} \lambda (t - ih) dt}{\int_{ih}^{(i+1)h} e^{-\lambda t} \lambda dt} = \frac{[1 - (1 + \lambda h)e^{-\lambda h}]}{\lambda(1 - e^{-\lambda h})} \quad (2)$$

e o tempo esperado entre a ocorrência de uma determinada causa e a próxima amostra é igual a:

$$h - \tau$$

c) O tempo para analisar a amostra e a carta de controle.

Seja  $E$  o tempo para coletar a amostra e registrar um item na carta de controle. Segundo ST-PIERRE (2001) é frequentemente usado como igual à zero, mas pode ser realmente grande, se a amostra for enviada para o laboratório. Para amostras de  $n$  itens, o tempo para analisar a amostra e a carta de controle é dado por:

$$nE \quad (3)$$

d) O tempo até que a carta de controle de um sinal, isto é, apresente um alarme.

O tempo esperado até que um alarme ocorra é dado por:

$$h(ARL_2 - 1)$$



onde  $ARL_2$  é a média de sinal quando o processo muda para o estado fora de controle. Se as estatísticas da amostra são independentes, então,

$$ARL_2 = \frac{1}{1-\beta}$$

onde  $\beta$  é a probabilidade de não se detectar um alarme, quando o processo está fora de controle. A  $ARL_2$  depende da distribuição de probabilidade, dos limites de controle, do tamanho da amostra  $n$  e do tamanho da mudança  $\delta$ , quando ocorre uma determinada causa especial.

(e) O tempo para descobrir uma causa especial e reparar o processo.

Seja  $T_1$  o tempo esperado para descobrir a causa especial e seja  $T_2$  o tempo esperado para reparar o processo. Então o tempo esperado para detectar a mudança, descobrir uma causa especial e reparar o processo é igual a:

$$T_1 + T_2 + h(ARL_2 - 1) = T_1 + T_2 + hARL_2 - h \quad (4)$$

Juntando as equações

$$(1 - \delta_1)T_0 \frac{S}{ARL_1} + \frac{1}{\lambda} + (h-\tau) + nE + T_1 + T_2 + hARL_2 - h =$$

$$(1 - \delta_1)T_0 \frac{S}{ARL_1} + \frac{1}{\lambda} - \tau + nE + T_1 + T_2 + hARL_2 \quad (5)$$

### 2.13.1.2 Função custo

Os custos por ciclo são incorridos por produtos não-conformes quando o processo está sob controle, bem quando o processo está fora de controle, por alarmes falsos, para localizar, reparar uma causa especial e para amostragem e inspeção.

(a) Custo por ciclos devido a produtos defeituosos.

Seja  $C_0$  e  $C_1$  o custo por unidade e por tempo (horas ou dias), devido a produtos não-conformes quando o processo está sob controle e fora de controle, respectivamente. O custo esperado por ciclo devido a produtos defeituosos é:

$$(1) \frac{C_0}{\lambda} + C_1(-\tau + nE + hARL_2 + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2)$$

(b) Custo por ciclo devido a falsos alarmes, localização e reparação de uma causa especial.

Seja  $Y$  o custo por falso alarme. Este inclui o custo para procurar e testar, além do custo de ficar parado, se a produção pára durante a procura. Também, seja  $W$  o custo para localizar e reparar uma determinada causa, quando exista alguma causa. Então, o custo esperado por falsos alarmes, o custo para localizar e reparar um alarme verdadeiro é dado por:

$$(2) \frac{S}{ARL_1} Y + W$$

(c) Custo por ciclo para coletar amostras e inspecionar.

Seja  $a$  custo fixo por amostra e  $b$  o custo por unidade de amostra. Então o custo esperado para coletar amostras e inspecionar é dado por:  $(a + bn)$  (tempo de produção)/ $h$ . O custo esperado por ciclo para a coleta de amostras é dado por:

$$(3) \frac{(a + bn)(\frac{1}{\lambda} - \tau + nE + hARL_2 + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2)}{h}$$

agrupando as equações 1, 2 e 3, tem-se o custo de qualidade por ciclos:

$$(4) \frac{C_0}{\lambda} + C_1(-\tau + nE + hARL_2 + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2) + \frac{S}{ARL_1} Y + W +$$

$$+ \frac{(a + bn)(\frac{1}{\lambda} - \tau + nE + hARL_2 + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2)}{h}$$

Como a duração dos ciclos é variável, deve-se expressar o custo por unidade (horas, dias, ...), e não por ciclos. Basta dividir a equação quatro pela cinco para obter a função custo por hora,  $C$ .

$$C = \frac{(\frac{C_0}{\lambda} + C_1[-\tau + ne + h(ARL_2) + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2] + \frac{sY}{ARL_1} + W}{\frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1)sT_0}{ARL_1} - \tau + nE + h(ARL_2) + T_1 + T_2} +$$

$$+ \frac{(\frac{a + bn}{h})(\frac{1}{\lambda} - \tau + ne + h(ARL_2) + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2)}{\frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1)sT_0}{ARL_1} - \tau + nE + h(ARL_2) + T_1 + T_2}$$

Com

$$s = \frac{e^{-\lambda h}}{1 - e^{-\lambda h}}$$

$$\tau = \frac{[1 - (1 + \lambda h) e^{-\lambda h}]}{\lambda (1 - e^{-\lambda h})}$$

As variáveis utilizadas para o cálculo da função custo C:

*E ou e*: tempo para amostrar e inspecionar um item;

$T_0$ : tempo esperado de procura por um falso alarme;

$T_1$ : tempo esperado para descobrir a causa especial;

$T_2$ : tempo esperado para reparar a causa especial;

$\lambda$ : taxa média de ocorrência da causa especial (por unidade de tempo);

$\delta = \Delta(\mu_i)$ : desvio da média do processo (em número de desvios padrões);

$\sigma_0/ \sigma_1 = \Delta(\sigma_i)$ : desvio da variância do processo (em número de desvios padrões);

$\mu$ : média do processo;  $\sigma$ : desvio padrão do processo;

$C_0$ : custo de itens defeituosos com o processo sob controle;

$C_1$ : custo de itens defeituosos com o processo fora de controle;

$Y$ : custo por alarme falso;

$W$ : custo médio para encontrar e reparar a causa especial;

*A ou a*: custo fixo de amostragem;

*B ou b*: custo por unidade amostrada.

$$\delta_1 = \begin{cases} 1, & \text{se a produção é continua durante a procura.} \\ 0, & \text{se a produção para durante a procura.} \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 1, & \text{se a produção é continua durante o reparo.} \\ 0, & \text{se a produção para durante o reparo.} \end{cases}$$

A resolução de problemas econômico, estatístico e econômico-estatístico é complexa, entretanto, atualmente existem diversos programas de computador para

resolução destes problemas. Citamos alguns dos trabalhos desenvolvidos: MONTGOMERY (1982) desenvolveu um programa em linguagem *Fortran* para planejamento de carta de controle  $\bar{X}$ , publicado em seu livro *Introduction to Statistical Quality Control*. Nesta obra Montgomery utilizou a função custo de Duncan. RAHIM (1989) apresentou um programa para planejamento de cartas de controle  $\bar{X}$  e R. McWILLIANS (1994) desenvolveu um programa em Fortran para carta  $\bar{X}$ . SANIGA, DAVIS e McWILLIANS (1995) apresentaram um programa em *Fortran* para os três tipos cartas para atributos e os mesmos pesquisadores publicaram, em 2000, um software, também em Fortran, para cartas  $\bar{X}$  e R e  $\bar{X}$  e S. LINDERMAN e LOVE (2000) publicaram artigo com programa em linguagem C, para carta MEWMA (*Multivariate Exponentially Weighted Moving Average*). Saniga, Davis, Mcwillians, Linderman e Love utilizam a função de Lorenze e Vance. Muitos destes programas podem ser “baixados” do site <http://lib.stat.cmu.edu>. Existem outros programas citados em artigos como: SIMSCRIPT utilizado por CHOU, et al (2000) para planejamento econômico para cartas  $\bar{X}$ , para dados não normais (utilizou-se a distribuição de probabilidades de Burr). O programa Smodels desenvolvido por Turnes (2002) permite o uso de vários tipos de funções.

## 2.14 FERRAMENTAS BÁSICAS DE QUALIDADE

Durante a etapa inicial se conhece, estabiliza, e se ajusta o processo. Durante o monitoramento, é necessário identificar e eliminar as causa especiais que afetam o processo. Pode-se utilizar algumas ferramentas que ajudam a identificar as causas especiais e ajustar o processo. Algumas destas técnicas são:

### 2.14.1 Diagrama de Pareto

O Diagrama de Pareto é baseado no princípio do economista Italiano Vilfredo Pareto, que estudou a distribuição da riqueza em sua época e verificou que poucas

peessoas possuíam uma grande porcentagem do total e muitas, uma pequena parte. J. M. Juran percebeu que fenômeno semelhante ocorria com os problemas da qualidade e adaptou os conceitos de Pareto. O instrumento desenvolvido para aplicação desse princípio foi o diagrama de Pareto, que é uma descrição gráfica de dados, em ordem decrescente de frequência e com a presente informação, se possam concentrar os esforços de melhoria nos pontos onde os maiores ganhos podem ser obtidos. O diagrama indica os principais problemas do processo e que devem ser solucionados primeiramente.

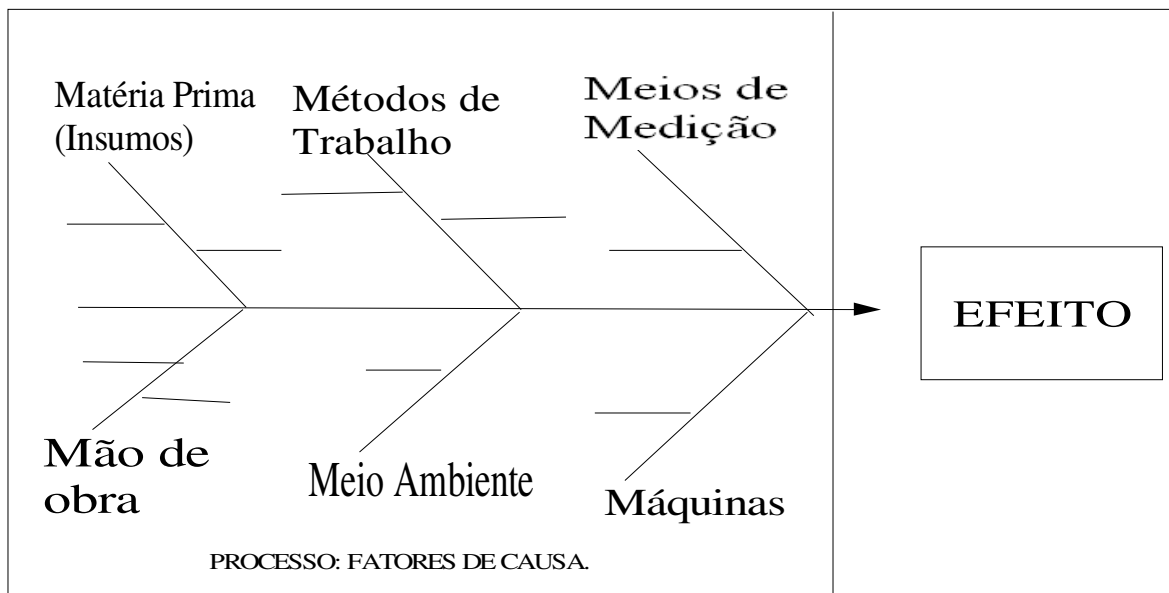
#### 2.14.2 Folha de Verificação

A folha de verificação facilita a coleta e organização de dados. Nesta folha são especificados os dados que serão coletados e o número de ocorrências, sendo útil para verificar as não-conformidades mais frequentes. O resumo orientado no tempo é particularmente valioso na pesquisa de tendências ou outros padrões significativos, segundo MONTGOMERY (2004).

#### 2.14.3 Diagrama de Causa e Efeito (Ishikawa)

É uma importante ferramenta do CEP, muito usada para identificação da causa fundamental dos problemas de um processo e para determinação das medidas corretivas a serem adotadas. Compõe-se de linhas e símbolos, que representa uma relação significativa entre um efeito e suas causas. Este diagrama descreve situações complexas que seriam difíceis de serem descritas e interpretadas sem uma técnica. O diagrama é produzido durante uma sessão *Brainstorming*, técnica para a geração de idéias referente ao processo e seus problemas. A figura 8 ilustra o diagrama de causa e efeito ou diagrama de Ishikawa.

FIGURA 9 - DIAGRAMA DE CAUSA E EFEITO.



## 2.15 AUTOCORRELAÇÃO.

As cartas de controle convencionais, possuem algumas restrições quanto a sua aplicação. As medidas da variável de qualidade devem ser independentes e provenientes de uma mesma população com distribuição normal. Segundo COSTA, EPPRECHT E CARPINETTI (2004) quando os valores característicos são autocorrelacionados, mesmo em grau relativamente pequeno, o risco  $\alpha$  aumenta e compromete a credibilidade do monitoramento, e segundo BOYLES (2003) tem crescido o interesse para cartas de controle autocorrelacionados.

O Coeficiente de correlação amostral linear entre X e Y pode ser estimado pelo coeficiente de correlação amostral  $r_{xy}$ , obtido a partir de uma amostra de n pares  $(x_i, y_i)$  e é definido por:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}}$$

$$r_{xy} \in [-1, 1]$$

Para observações sucessivas de uma mesma característica de qualidade de X, a correlação entre as observações  $X_i$  e  $X_{i-k}$ , onde o índice k indica a defasagem entre as observações é definida por:

$$r_k = \frac{\sum_{i=k+1}^n (x_i - \bar{x})(x_{i-k} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Essa correlação é chamada de correlação serial ou autocorrelação amostral da série de dados  $X_i$ .

## 2.16 CAPACIDADE DO PROCESSO

Os estudos de capacidade de processos têm por objetivo verificar se um processo está estatisticamente sob controle e atende às especificações de engenharia. MONTGOMERY (2004) cita as principais utilizações da análise de capacidade, isto é, prever até que ponto o processo manterá as tolerâncias, auxiliar os elaboradores/planejadores do produto na seleção ou modificação de um processo, especificar exigências de desempenho para um equipamento novo selecionar entre vendedores concorrentes, planejar a sequência de processos de produção quando há um efeito interativo de processo sobre as tolerâncias e reduzir a variabilidade em um processo de fabricação. Existem diversas técnicas para a análise processo, dentre eles, os índices  $C_p$ ,  $C_{pk}$  e  $C_{pm}$  dados pelas expressões a seguir.

Razão da capacidade de processo (RCP ou  $C_p$ )

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma}$$

Como  $\sigma$  normalmente não é conhecido, tem-se a sua estimativa



$$\hat{C}_p = \frac{LSE - LIE}{6\hat{\sigma}}$$

A percentagem da faixa de especificação utilizada pelo processo é dada por:

$$P = \frac{1}{C_p} \cdot 100$$

A razão da capacidade de um processo para especificações unilaterais.

$$C_{ps} = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \quad (\text{para especificação superior})$$

$$C_{pi} = \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \quad (\text{para especificação inferior})$$

Empregando as estimativas da média e do processo:

$$\hat{C}_{ps} = \frac{LSE - \bar{x}}{3\hat{\sigma}}$$

$$\hat{C}_{pi} = \frac{\bar{x} - LIE}{3\hat{\sigma}}$$

A razão  $C_p$ , não leva em conta se o processo está centrado no alvo (valor nominal) ou não.  $C_p$  mede simplesmente a dispersão seis-sigma no processo. Logo se deve utilizar somente com esta condição, de que o processo está centrado. Já a razão  $C_{pk}$  leva em conta a centralização do processo, pois é definida por:

$$C_{pk} = \min (C_{ps}, C_{pi})$$

De um modo geral, se  $C_p = C_{pk}$ , o processo está centrado no ponto médio das especificações. Em relação à  $C_p$ , o  $C_{pk}$  mede o quanto o processo está operando fora do centro. O  $C_p$  indica a capacidade potencial do processo, já o  $C_{pk}$  indica a capacidade real do processo.

O índice Cpm fornece uma melhor indicação de quão próximo se está do alvo “T”. Sua definição é feita substituindo-se  $\sigma$ , na expressão do  $C_p$ , pela raiz do erro médio quadrático, ou seja,  $\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}$ , que leva em conta a falta de centralidade. Assim, tem-se que:

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}$$

## 2.17 NORMALIDADE

Uma das exigências das cartas de controle tradicionais é que os dados sejam de uma distribuição normal ou aproximadamente normal. Para verificar esta condição existem várias técnicas, como o uso de histogramas, teste de aderência e gráficos de probabilidade.

### 2.17.1 Testes de Aderência

Os testes de aderência servem para verificar se é satisfatória a hipótese de que as amostras provêm de populações normais, ou seja:

$H_0$ : a população tem distribuição normal.

$H_1$ : A população não tem distribuição normal.

Estes testes são poderosos quando a quantidade de amostras disponível é reduzida e existem vários modelos para testes, observaremos dois deles: teste de Shapiro-Wilks e Kolmogorov-Smirnov.

### 2.17.2 Teste de Shapiro-Wilks

È aplicável a amostras com tamanho  $n \geq 3$ .

$$W = \frac{(\sum a_i \cdot x_i)^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

Onde  $a_i$  são os pesos ótimos para o estimador de  $\sigma^2$  (pelo método dos mínimos quadrados) admitindo-se que a distribuição da população é normal. Ao nível de significância de 2%, rejeita-se  $H_0$  se o valor de  $W$  for menor que 0,806.

#### 2.17.3 Teste de Komogorov-Smirnov (K-S)

Este teste é aplicado tanto para distribuições contínuas, como para distribuições discretas. Segundo HORN (1997), o teste K-S é o mais adequado nas situações em que só se dispõe de uma pequena quantidade de dados ( $n < 30$ ). O teste consiste no cálculo de:

$$D = \text{Max } |F_x(X) - G_x(X)|$$

Onde  $F_x(X)$  é a função de distribuição acumulada do modelo testado ou a função de repartição,  $F_x(X)$  dá as probabilidades acumuladas em cada ponto e  $G_x(X)$  é a função de distribuição acumulada da amostra correspondente ao gráfico das freqüências relativas acumuladas. Calcula-se  $D$  e compara-se com um valor crítico tabelado em função de  $\alpha$  e  $n$ . Se  $d$  for maior que o valor crítico, rejeita-se  $H_0$ .

#### 2.17.4 Gráficos de Probabilidades

Processos gráficos podem ser usados para verificar a aderência dos dados experimentais a certos modelos teóricos. São processos simplificados que devem

apenas ser usados quando não há muito rigor, segundo COSTA NETO (1977). A construção do gráfico deve ser feita em um papel especial, denominado “papel de probabilidades”, desenvolvido para diversas distribuições. Organizam-se os dados da amostra em ordem crescente e calcula-se sua frequência acumulada observada  $\frac{J-0,5}{n}$ , plota-se no papel de probabilidade.

Para teste de distribuições normais o gráfico pode ser construído em um eixo cartesiano, onde o eixo horizontal corresponde a  $x_i$ , elementos da amostra e o eixo vertical, correspondem aos escores normais padronizados  $Z_i$ .

$$\frac{J-0,5}{n} = P(Z \leq z_j) = \Phi(z_j)$$

Plota-se os pares, e como no papel de probabilidades, se os pontos estiverem alinhados (ou aproximadamente alinhados), a hipótese  $H_0$  é aceita.

## 2.18 SUBGRUPOS RACIONAIS

O conceito de subgrupos racionais refere-se aos subgrupos ou amostras que selecionados de tal modo que, se neles presentes causas especiais, a chance de diferenças entre subgrupos será maximizada, enquanto a chance de diferenças em detrimento das causas especiais dentro de um subgrupo será minimizada.

## 3. MATERIAL E MÉTODO

### 3.1 PROPOSTA DE IMPLEMENTAÇÃO DE CEP

#### 3.1.1 Introdução

A primeira empresa na qual foi desenvolvido este trabalho denomina-se *S SISTEMAS ELETRÔNICOS LTDA* (nome fictício), empresa com 20 anos no ramo de

sistemas eletrônicos, situada na cidade de Curitiba, estado do Paraná. A empresa produz:

- Kit de rastreamento via satélite: sistema de monitoramento, segurança, gestão de cargas e transporte rodoviário;
- Projeto e desenvolvimento de circuitos eletrônicos;
- Sistema de automação;
- Montagem de circuitos e produtos eletrônicos em tecnologia convencional (THT) e SMT, conforme projeto do cliente.

Para implantação do CEQ, foi feito um projeto, adaptado a abordagem sugerida por MONTGOMERY (2004). A metodologia adequou-se às especificações da empresa. O fluxograma da figura 10 apresenta a metodologia proposta.

### 3.1.2 Inspeção de Qualidade

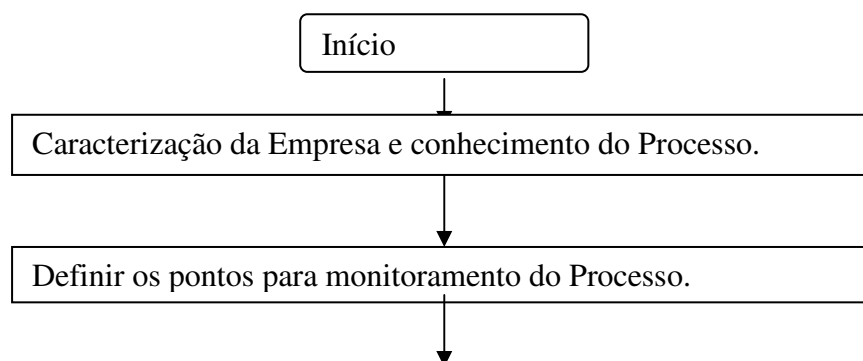
A empresa tem um controle de qualidade próprio de seus produtos, com 100% de inspeção no processo, porém não tinha o Controle Estatístico de Qualidade, que pode ser uma exigência de seus clientes. A produção nesta empresa é muito diversificada e ocorre em pequenos lotes. O trabalho consiste em criar projetos para inspeção de qualidade e para o controle do processo de produção. Embora, modelos modernos de qualidade não utilizem a inspeção de qualidade, isto é, a inspeção de produtos de entrada de seus fornecedores, a inspeção foi adotada devido à pequena quantidade de componentes utilizada para o processo. A empresa adquire maior parte dos componentes de distribuidores, porém alguns são terceirizados. Logo, há dificuldade em fazer o trabalho de auditoria com seus fornecedores. A melhoria somente é feita com os fornecedores terceirizados. A implantação do Controle Estatístico de Qualidade começa com a entrada dos componentes para a montagem dos produtos, e como alguns componentes devem ser preparados, antes do início da

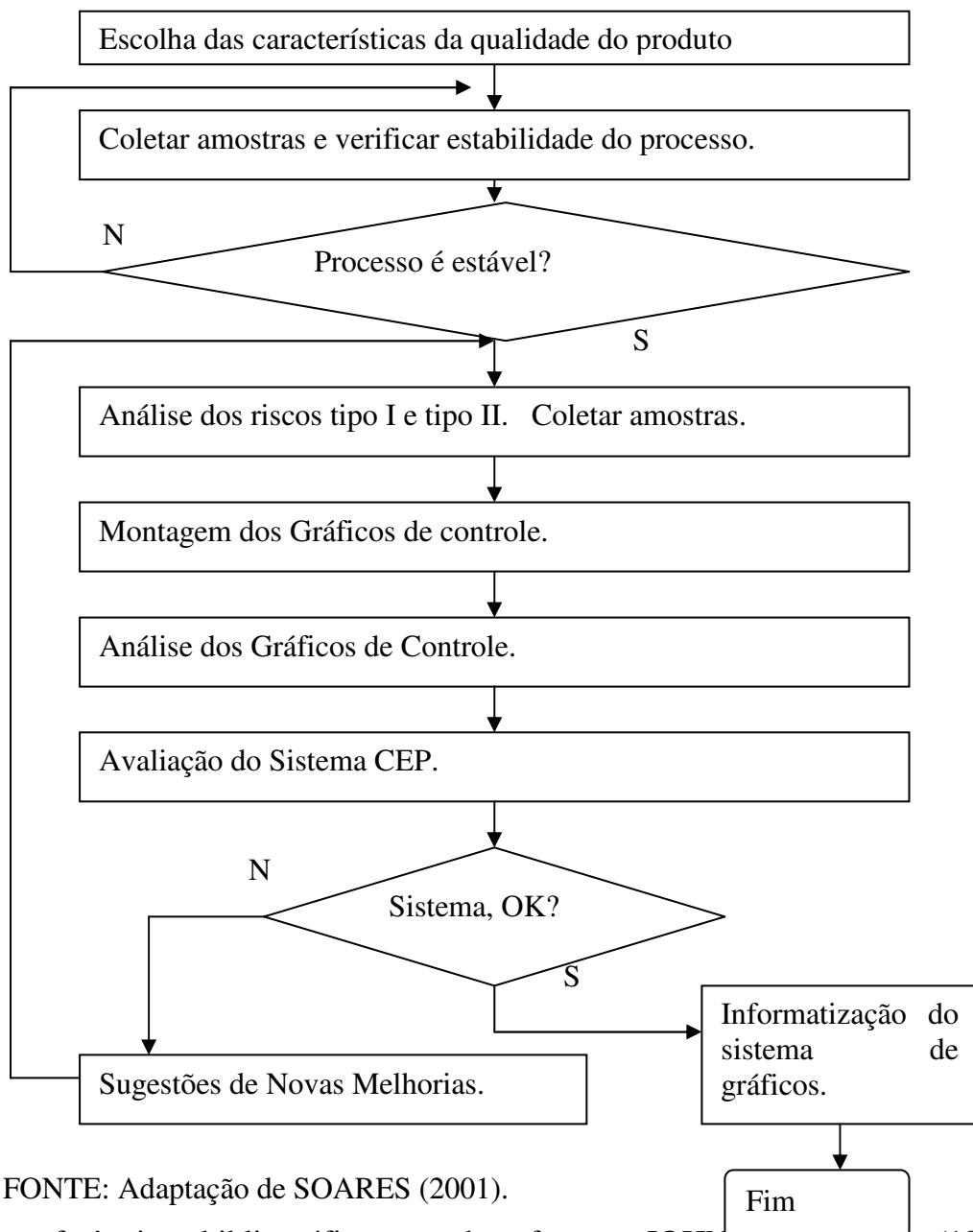
montagem do produto, também para estes componentes é feita à inspeção. Esta etapa é denominada de pré-formatação. Com a entrada dos componentes são coletadas amostras, de acordo com a norma NBR 5425/85, o lote é aceito ou rejeitado. Após a inspeção, inicia-se a produção. A figura 9 mostra o fluxograma para implementação do CEP na empresa S. O primeiro passo foi o conhecimento do processo, depois definiram-se os pontos a serem monitorados e a escolha da carta de controle. Iniciou-se a coleta das amostras, até a verificação da estabilidade do processo. Com o processo estável, procedeu-se a análise de riscos e o monitoramento com as cartas de controle. Avaliou-se as cartas e o todo o processo.

### 3.1.3 Implantação das Cartas de Controle.

Para as etapas seguintes, montagem e solda foram necessárias buscar soluções fora do CEP convencional, devido à diversidade e a número pequeno de placas por lote.

FIGURA 10 - FLUXOGRAMA PARA IMPLEMENTAÇÃO.





FONTE: Adaptação de SOARES (2001).

As referências bibliográficas usadas foram: JOHNSON, et al (1987), WHEELER (1991), RAMOS (1995), GRIFFITH (1996), WISE e FAIR (1998), VERMANI (2003). A possível solução para problemas com a produção em pequenos lotes e a diversidade de produtos torna inviável o uso do CEP tradicional.

Feita a pré-formatação de alguns componentes e a inspeção de qualidade, o processo inicia com a montagem (ou inserção) dos componentes nas placas. Neste ponto do processo foi determinado monitorar com cartas de controle U ou C padronizadas para pequenos lotes, para produtos em que o número de defeitos tem

distribuição aproximadamente normal. A mesma permite acompanhar produtos diferentes, com variabilidade diferente na mesma carta e as amostras podem ter tamanhos diferentes segundo GRIFFITH (1996). Para produtos em que os dados não satisfazem à condição de normalidades das medidas ( $nu < 5$  ou  $c < 5$ ), foi aplicada a carta de controle U ou C para pequenos lotes. O objetivo é monitorar o número médio de defeitos por placas. Para estes dois tipos de cartas de controle, deve-se obter a média histórica de defeitos de cada produto monitorado, segundo GRIFFITH (1996) e RAMOS (1995), e que pode ser obtida através de registros anteriores ou, como no caso de produtos novos, através da coleta de 25 amostras, juntamente com a avaliação desta média de defeitos. A fase seguinte do processo consiste na soldagem das placas. O objetivo principal desta fase é verificar a ocorrência de solda fria, pois a mesma não permite a passagem de corrente pelo circuito da placa. Nesta fase, também se optou pela carta de controle U ou C padronizadas para pequenos lotes, pelos mesmos motivos da fase de inserção. Alguns produtos passam ainda por outras fases, como montagem, teste elétrico e isolamento de verniz. Para avaliação desta pesquisa, somente foram aplicadas cartas de controle para as fases de inserção ou soldagem.

### 3.1.3.1 Procedimento para a construção das cartas de controle

#### 3.1.3.1.1 Cartas padronizadas para atributos

A seguir as etapas para a construção das cartas de controle U padronizadas. O número de defeitos deve ser registrado na carta de controle atributiva, padronizada,



conforme anexo 1. Para este tipo de carta é permitido monitoramento de várias peças, não mais que sete produtos, segundo VERMANI (2003):

1. Determinar o número médio de defeitos por unidade ( $\bar{u}$ ), a ser empregado na padronização dos valores da placa em produção (valor histórico). Se não existirem dados anteriores, deve-se retirar amostras para determinar o valor de  $\bar{u}$  e avaliá-lo. O valor médio  $\bar{u}$  deve ser avaliado periodicamente e o mesmo deverá ser alterado, se necessário.

$$\text{Fórmula: } \bar{u} = \frac{\text{numero total de defeitos}}{\text{Total de peças}}$$

2. Determinar o tamanho da amostra a ser coletado (n), através da CCO e do valor do risco  $\alpha$ . Estabelecer a frequência de coletas para o processo. Utilizar o valor de n como unidade de inspeção padrão para o processo.

3. Coletar a amostra de tamanho igual à unidade de inspeção padrão, se possível. Dividir o tamanho da amostra coletada (n), pela unidade padrão.

$$\text{Fórmula: } n_p = \frac{\text{Tamanho da amostra coletada da peça X}}{\text{unidade de inspeção padrão}(n)}$$

4. Coletar as amostras de acordo com a frequência pré-estabelecida; coletar o número de defeitos da i-ésima amostra (c) e calcular  $u = \frac{c_i}{n_i}$ .

5. Dividir o número de defeitos por unidade, u por  $n_p$ .

$$\text{Fórmula: } u_p = \frac{u}{n_p}$$

6. Registrar o código da peça na carta de controle.

7. Calcular os valores padronizados e registrar na carta de controle, conforme fórmula a seguir.

$$\text{Fórmula: } \frac{u_p - \bar{u}}{\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_p}}}$$

Deve-se seguir este procedimento para cada tipo de peça que será monitorada pela carta de controle padronizada.

Suposições para aplicação das cartas de controle U padronizadas para pequenos lotes, são:

- Medidas são independentes;
- As medidas têm distribuição normal;
- Todo produto tem média de defeitos histórica;
- A característica tem distribuição de Poisson;
- O tamanho da amostra pode ser variável, tanto para a carta U, como para a carta C.

#### 3.1.3.1.2 Procedimento para carta C ou U para pequenos lotes

A seguir as etapas seguidas para a construção das cartas de controle U ou C pequenos lotes. O número de defeitos deve ser registrado na carta de controle atributiva para pequenos lotes, conforme anexo II. Cada peça deve ter a sua própria carta de controle.

1. Determinar o número médio de defeitos por unidade de inspeção ( $\bar{c}$ ) ou o número médio de defeitos por unidade ( $\bar{u}$ ), isto é, determinar a média histórica de defeitos. Avaliar dados obtidos.

2. Determinar a unidade de inspeção (ou o tamanho da amostra  $n$ ), através da CCO e do valor de erro tipo I ( $\alpha$ ).

3. Obter o limite superior de controle (LSC), através da tabela apropriada conforme anexo 3 ou através do cálculo da função de distribuição de probabilidade de Poisson, com as médias  $\bar{c}$  ou  $\bar{u}$ , de modo que  $F_x(x) \leq 0,99865$  e  $F_x(x) \geq 0,00135$  (para 3 sigma).  $\bar{u}$  ou  $\bar{c}$  é a linha média da carta de controle e o limite inferior de controle é zero, LIC=0. Construir a carta de controle.

4. Coletar a amostra  $n$ , determinar o número de defeitos ( $c$ ) ou o número médio de defeitos por unidade ( $u$ ).

5. Marcar os pontos na carta de controle.

Observações:

- Para obter o valor de  $u$ , basta dividir o valor  $c$ , pelo tamanho da amostra  $n$ ,  $u = \frac{c}{n}$ .
- O tamanho da amostra deve ser constante para carta C. Caso seja necessário utilizar-se de tamanhos diferentes, a carta indicada é a carta U.
- Os dados representam uma distribuição de probabilidade de Poisson.
- Os dados são independentes.
- Cada produto dispõe de dados históricos.

### 3.1.4 Coleta de Dados

A seguir, a tabela 1 contém os dados para obtenção das médias históricas de duas placas, denominadas apenas de placas A e B. Os tamanhos dos lotes são: 1000 placas A e 200 placas B. Escolheu-se os defeitos relevantes para o processo, que afetam a qualidade do produto. Alguns defeitos, tais como estéticos, não foram considerados. As abreviações na tabela 1 são: I para inserção ou montagem, S para soldagem CD, para componentes defeituosos e IV para isolação de verniz.

TABELA 1 - COLETA DE DADOS DAS PLACAS A E B. Continua

Dados coletados das placas A e B, para obtenção dos valores históricos.		
	Placa A	Placa B
Tipo de Problema	Nº de Defeitos	Nº de Defeitos
1-Cabos Invertidos - I	12	4
2-Curto em Componentes - S	12	2
3-Curto entre Ilhas - S	9	1
4-Solda Fria - S	5	3
5-Curto entre Conectores - S	3	2
6-Curto entre Cabos -S	2	3
7-Falta de Componentes -I	12	3
8-Terminais sem Solda - S	5	2
9-Solda não vazou para cima -S	7	3
10-Resíduos em Conectores - IV	12	0
11-Comp. mal Pré-formados -CD	8	2
12-Componentes Invertidos – I	34	9
13-Componentes Defeituosos -CD	23	4
14-Componentes Levantados - I	5	3
15-Conectores Derretidos - S	9	1
16-Terminal sol.fora do Lugar - S	1	1

Dados coletados das placas A e B, para obtenção dos valores históricos.		
	Placa A	Placa B
Tipo de Problema	Nº de Defeitos	Nº de Defeitos
17-Componentes Trocados – I	2	3
18-Trilhas Imperfeitas - CD	2	2
19-Chicotes com Problema - CD	5	0
20-Componentes Quebrados - I	1	2

A seguir, a tabela 2, com o total de defeitos por fase do processo, para as placas A e B e que serão utilizados para o cálculo da média de defeitos por unidade de inspeção.

TABELA 2 - TOTAL DE DEFEITOS DAS PLACAS A E B.

Total de Defeitos	Placa A	Placa B
	Nº de Defeitos	Nº de Defeitos
I-Montagem (inserção)	66	24
CD-Componente	38	8
Defeituoso		
S-Soldagem	53	18
IV-Isolação de Verniz	12	0
Total	169	50

A média de defeitos por unidade  $\bar{u}$  das placas A e B são dadas pela tabela a seguir. A média para a placa A divide-se o número de defeitos de cada fase por 1000 placas e a média para a placa B, divide-se o total de defeitos de cada fase por 200 placas.

TABELA 3 - MÉDIA DE DEFEITOS DAS PLACAS A E B.

Média de defeitos por unidade - $\bar{u}$ - Placa A $\bar{u}$ - Placa B
$\bar{u}$

Montagem ou inserção	0,07	0,12
Componente defeituoso	0,04	0,04
Soldagem	0,05	0,09
Isolação de Verniz	0,01	0

Para evitar a condição de normalidade dos dados, a carta de controle utilizada foi a de pequenos lotes, na qual determinam-se os limites de controle, de modo que  $F_x(x) \leq 0,99865$  e  $F_x(x) \geq 0,00135$  (para 3 sigma), ou seja,  $P(\mu - 3\sigma < x < \mu + 3\sigma) = 0,9973$  e  $P(x > \mu + 3\sigma) = P(x < \mu - 3\sigma) = 0,00135$ . Estes valores podem ser obtidos utilizando-se de uma planilha eletrônica. No anexo 4, têm-se os alguns valores de c, obtidos através da planilha eletrônica. RAMOS (1995), desenvolveu uma tabela para cartas np e C. O anexo 3 reproduz da tabela desenvolvida por Ramos para carta C.

### 3.1.5 Cálculo do Risco $\alpha$ , $\beta$ e construção da CCO.

#### 3.1.5.1 Cálculo do risco $\alpha$ , $\beta$ e construção da CCO para placa A.

A seguir tem-se as tabelas 4, 5 e 6, com os valores de  $\beta$  e o valor de  $\alpha$ , para amostras de tamanho 10, 15 e 20, para as placas A e B. Com o objetivo de determinar o tamanho da amostra n, para a placa A que será monitorada.

TABELA 4 - CÁLCULO DO RISCO  $\alpha$  E  $\beta$  PARA A PLACA A, N=20.

CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO PARA PEQUENOS LOTES.						
Curva Característica de Operação - CCO Placa A - n=20						
u	n	c	LSC	LC	LIC	
0,07	20	1,4	6,5	1,4	0	
n	u	c	$P\{x \leq LSC/u\}$	$P\{x \leq LIC/u\}$	$\beta = P\{x \leq LSC\} - P\{x \leq LIC\}$	$\alpha$
20	0	0	1	0	1	0,000622

CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO PARA PEQUENOS LOTES.						
Curva Característica de Operação - CCO Placa A - n=20						
u	n	c	LSC	LC	LIC	
0,07	20	1,4	6,5	1,4	0	
n	u	c	$P\{x \leq LSC/u\}$	$P\{x \leq LIC/u\}$	$\beta = P\{x \leq LSC\} - P\{x \leq LIC\}$	$\alpha$
20	0,1	2	0,99546619	0	0,995466194	
20	0,2	4	0,88932602	0	0,889326022	
20	0,3	6	0,60630278	0	0,606302782	
20	0,4	8	0,31337428	0	0,313374278	
20	0,5	10	0,13014142	0	0,130141421	
20	0,6	12	0,04582231	0	0,045822307	
20	0,7	14	0,01422792	0	0,014227918	
20	0,8	16	0,00400604	0	0,004006045	
20	0,9	18	0,00104345	0	0,001043446	
20	1	20	0,00025512	0	0,000255122	
20	1,1	22	5,9198E-05	0	5,91979E-05	
20	1,2	24	1,3146E-05	0	1,31457E-05	

TABELA 5 - CÁLCULO DO RISCO  $\alpha$  e  $\beta$  PARA A PLACA A, N=15.

CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO PARA PEQUENOS LOTES.						
Curva Característica de Operação - CCO Placa A - n=15						
u	n	c	LSC	LC	LIC	
0,07	15	1,05	5,5	1,05	0	
n	u	c	$P\{x \leq LSC/u\}$	$P\{x \leq LIC/u\}$	$\beta = P\{x \leq LSC\} - P\{x \leq LIC\}$	$\alpha$
15	0	0	1	0	1	0,000764
15	0,1	1,5	0,99554402	0	0,995544019	
15	0,2	3	0,91608206	0	0,916082058	
15	0,3	4,5	0,70293043	0	0,702930435	
15	0,4	6	0,44567964	0	0,445679641	
15	0,5	7,5	0,24143645	0	0,241436451	
15	0,6	9	0,11569052	0	0,115690521	
15	0,7	10,5	0,05038045	0	0,050380451	
15	0,8	12	0,02034103	0	0,020341029	
15	0,9	13,5	0,0077272	0	0,007727196	
15	1	15	0,00279243	0	0,002792429	
15	1,1	16,5	0,00096802	0	0,000968018	
15	1,2	18	0,00032399	0	0,000323993	

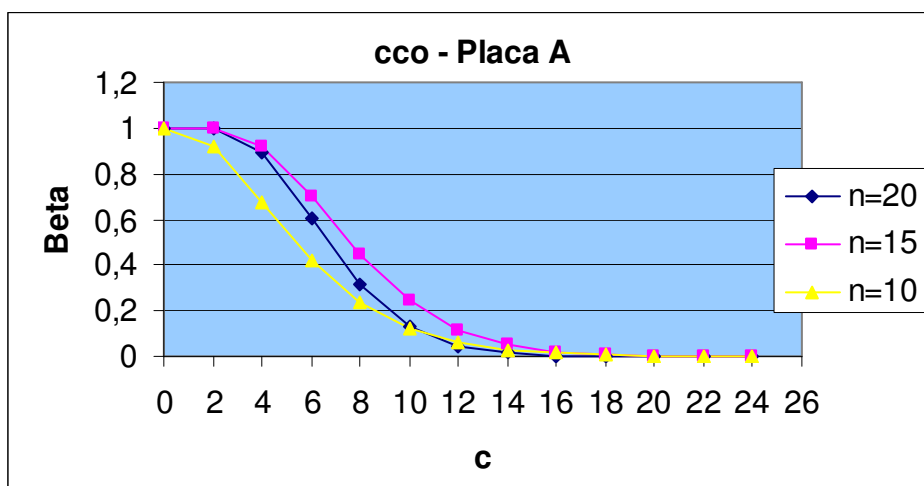
TABELA 6 - CÁLCULO DO RISCO  $\alpha$  e  $\beta$  PARA A PLACA A, N=10.



CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO PARA PEQUENOS LOTES.						
Curva Característica de Operação – CCO Placa A - n=10						
u	n	c	LSC	LC	LIC	
0,07	10	0,7	2,5	0,7	0	
n	u	c	$P\{x \leq LSC/u\}$	$P\{x \leq LIC/u\}$	$\beta = P\{x \leq LSC\} - P\{x \leq LIC\}$	$\alpha$
10	0	0	1	0	1	0,034142
10	0,1	1	0,9196986	0	0,919698603	
10	0,2	2	0,6766764	0	0,676676416	
10	0,3	3	0,4231901	0	0,423190081	
10	0,4	4	0,2381033	0	0,238103306	
10	0,5	5	0,124652	0	0,124652019	
10	0,6	6	0,0619688	0	0,061968804	
10	0,7	7	0,0296362	0	0,029636164	
10	0,8	8	0,013754	0	0,013753968	
10	0,9	9	0,0062322	0	0,006232195	
10	1	10	0,0027694	0	0,002769396	
10	1,1	11	0,0012109	0	0,001210873	
10	1,2	12	0,0005223	0	0,000522258	

A seguir o gráfico 1, com a CCO para a placa A, com amostras de tamanhos 10, 15 e 20. Verifica-se a partir da análise do gráfico, que a amostra com tamanho 10, tem melhor desempenho, porém com  $\alpha$  maior que as demais. Já as amostras 15 e 20, obtêm-se um desempenho muito próximo e com valores de  $\alpha$  com pequena diferença.

GRÁFICO 1 - CCO DA PLACA A PARA N=10, N=15 E N=20.



Dado que o valor de  $\alpha$  para  $n=15$  tem pequena diferença em relação a  $n=20$  (descartou-se para lotes de  $n=10$ , devido ao valor de  $\alpha$ ), e logicamente, o mesmo acontece com suas ARL's,  $ARL = 1/0,000622=1607,7$  e  $ARL=1/0,000764=1308,9$  e pela análise das suas CCO's, optou-se pelo tamanho de amostra  $n=15$ , para a placa A. A coleta das amostras será feita no início e na metade da produção.

### 3.1.5.2 Construção da carta de controle para placa A.

A seguir, na tabela 7 com o número de defeitos coletados na fase de inserção e a média de defeitos por unidade. Os limites de controle foram obtidos com base no valor  $\bar{c}$  e através do anexo 3. A linha central é o valor de  $\bar{c}$ . Optou-se pelo uso da carta de controle C para pequenos lotes.

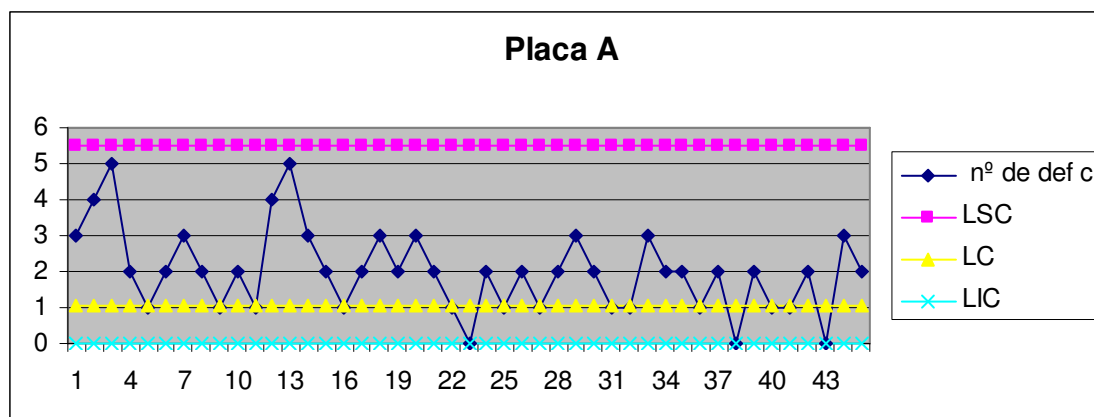
TABELA 7 - COLETA DE AMOSTRAS DA PLACA A Continua

S SISTEMAS ELETRÔNICOS LTDA									
Carta de Controle Estatístico de Processo - Pequenos Lotes							u	$\bar{c}$	
Carta: C		INSERÇÃO			Unidade de inspeção		15	0,07	1,05
amostra	peça	n	nº de defeitos c	u	LSC	LC	LIC		
1	A	15	3	0,20	5,5	1,05	0		
2	A	15	4	0,27	5,5	1,05	0		
3	A	15	5	0,33	5,5	1,05	0		
4	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
5	A	15	1	0,07	5,5	1,05	0		
6	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
7	A	15	3	0,20	5,5	1,05	0		
8	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
9	A	15	1	0,07	5,5	1,05	0		
10	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
11	A	15	1	0,07	5,5	1,05	0		
12	A	15	4	0,27	5,5	1,05	0		
13	A	15	5	0,33	5,5	1,05	0		
14	A	15	3	0,20	5,5	1,05	0		
15	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
16	A	15	1	0,07	5,5	1,05	0		
17	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
18	A	15	3	0,20	5,5	1,05	0		
19	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
20	A	15	3	0,20	5,5	1,05	0		
21	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
22	A	15	1	0,07	5,5	1,05	0		
23	A	15	0	0,00	5,5	1,05	0		
24	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
25	A	15	1	0,07	5,5	1,05	0		

S SISTEMAS ELETRÔNICOS LTDA									
Carta de Controle Estatístico de Processo - Pequenos Lotes							u	$\bar{c}$	
Carta: C		INSERÇÃO			Unidade de inspeção		15	0,07	1,05
amostra	peça	n	n° de defeitos c	u	LSC	LC	LIC		
26	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
27	A	15	1	0,07	5,5	1,05	0		
28	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
29	A	15	3	0,20	5,5	1,05	0		
30	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
31	A	15	1	0,07	5,5	1,05	0		
32	A	15	1	0,07	5,5	1,05	0		
33	A	15	3	0,20	5,5	1,05	0		
34	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
35	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
36	A	15	1	0,07	5,5	1,05	0		
37	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
38	A	15	0	0,00	5,5	1,05	0		
39	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
40	A	15	1	0,07	5,5	1,05	0		
41	A	15	1	0,07	5,5	1,05	0		
42	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		
43	A	15	0	0,00	5,5	1,05	0		
44	A	15	3	0,20	5,5	1,05	0		
45	A	15	2	0,13	5,5	1,05	0		

O gráfico 2 ilustra a carta de controle da placa A. Embora não tenha nenhum ponto fora do limite superior de controle, no início do monitoramento apresentou tendências, que com ajustes no processo foram corrigidas.

GRÁFICO 2 - CARTA DE CONTROLE PEQUENOS LOTES DA PLACA A.



### 3.1.5.3 Cálculo do risco $\alpha$ e $\beta$ para a placa B.

A seguir apresentamos as tabelas 8, 9 e 10, com os valores de  $\alpha$  e  $\beta$ , para amostras de tamanho 10, 15 e 20. O objetivo é determinar o tamanho da amostra  $n$  para a placa B, que será monitorada. Os valores obtidos de  $\alpha$  são pequenos e consequentemente, com relação à  $\alpha$ , pode-se escolher qualquer um dos tamanhos de amostra.

TABELA 8 - CÁLCULO DO RISCO  $\alpha$  e  $\beta$  PARA PLACA B, N=10.

CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO PARA PEQUENOS LOTES.						
Curva Característica de Operação - CCO Placa B - n=10						
u	n	c	LSC	LC	LIC	
0,12	10	1,2	6,5	1,2	0	
n	u	c	$P\{x \leq LSC/u\}$	$P\{x \leq LIC/u\}$	$\beta = P\{x \leq LSC\} - P\{x \leq LIC\}$	$\alpha$
10	0	0	1	0	1	0,000251
10	0,1	1	0,9999168	0	0,999916759	
10	0,2	2	0,9954662	0	0,995466194	
10	0,3	3	0,9664915	0	0,966491465	
10	0,4	4	0,889326	0	0,889326022	
10	0,5	5	0,7621835	0	0,762183463	
10	0,6	6	0,6063028	0	0,606302782	
10	0,7	7	0,4497111	0	0,449711056	
10	0,8	8	0,3133743	0	0,313374278	
10	0,9	9	0,2067808	0	0,20678084	
10	1	10	0,1301414	0	0,130141421	
10	1,1	11	0,0786144	0	0,078614372	
10	1,2	12	0,0458223	0	0,045822307	

TABELA 9 - CÁLCULO DO RISCO  $\alpha$  E  $\beta$  PARA PLACA B, N=15.

CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO PARA PEQUENOS LOTES.						
Curva Característica de Operação - cco Placa B - n=15						
u	n	c	LSC	LC	LIC	
0,12	15	1,8	7,5	1,8	0	
n	u	c	$P\{x \leq LSC/u\}$	$P\{x \leq LIC/u\}$	$\beta = P\{x \leq LSC\} - P\{x \leq LIC\}$	$\alpha$
15	0	0	1	0	1	0,000562
15	0,1	1,5	0,99983043	0	0,999830434	
15	0,2	3	0,9880955	0	0,988095496	
15	0,3	4,5	0,91341353	0	0,913413528	
15	0,4	6	0,74397976	0	0,74397976	
15	0,5	7,5	0,52463853	0	0,524638526	
15	0,6	9	0,32389696	0	0,323896964	
15	0,7	10,5	0,17851058	0	0,178510575	
15	0,8	12	0,0895045	0	0,089504497	
15	0,9	13,5	0,04148315	0	0,041483153	
15	1	15	0,01800219	0	0,018002193	
15	1,1	16,5	0,00739019	0	0,007390191	
15	1,2	18	0,00289347	0	0,002893465	

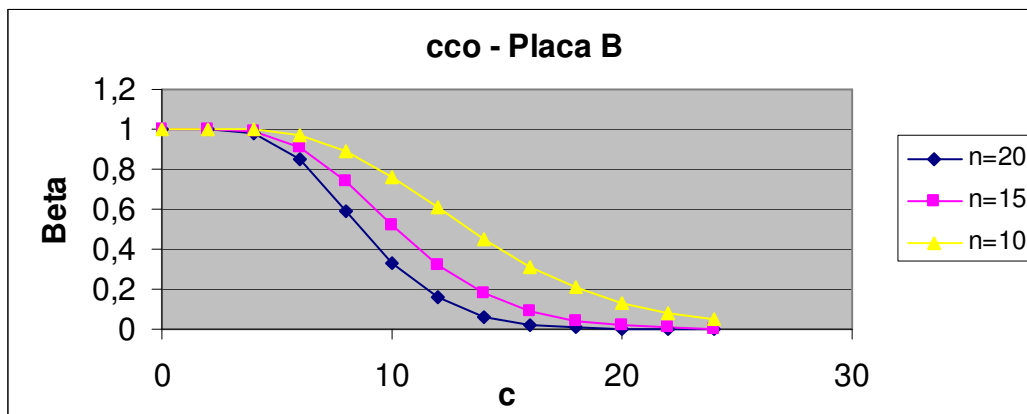
TABELA 10 - CÁLCULO DO RISCO  $\alpha$  e  $\beta$  PARA PLACA B, N=20.

CONTROLE ESTATÍSTICO DE PROCESSO PARA PEQUENOS LOTES.						
Curva Característica de Operação - cco Placa B - n=20						
u	n	c	LSC	LC	LIC	
0,12	20	2,4	8,5	2,4	0	
n	u	c	$P\{x \leq LSC/u\}$	$P\{x \leq LIC/u\}$	$\beta = P\{x \leq LSC\} - P\{x \leq LIC\}$	$\alpha$
20	0	0	1	0	1	0,000862
20	0,1	2	0,999763	0	0,999762553	
20	0,2	4	0,978637	0	0,978636566	
20	0,3	6	0,847237	0	0,847237494	
20	0,4	8	0,592547	0	0,592547341	
20	0,5	10	0,33282	0	0,332819679	
20	0,6	12	0,155028	0	0,155027782	
20	0,7	14	0,062055	0	0,062055196	
20	0,8	16	0,021987	0	0,021987254	
20	0,9	18	0,007056	0	0,007056009	
20	1	20	0,002087	0	0,002087259	
20	1,1	22	0,000577	0	0,000576901	
20	1,2	24	0,000151	0	0,000150563	

A seguir o gráfico 3, com a CCO para a placa B, com amostras de tamanhos 10, 15 e 20. Verifica-se a partir da análise do gráfico, que a amostra com tamanho 10, tem pior desempenho, porém com melhor valor de  $\alpha$ . Já as amostras 15 e 20, obtêm-se um desempenho muito próximo e com valores de  $\alpha$  com pequena diferença.



GRÁFICO 3 - CCO PARA A PLACA B COM N=10, N=15 E N=20.



Dado que o valor de  $\beta$  para os três tamanhos de amostra analisados serem próximos, com maior diferença para  $n=10$ . Analisando a CCO,  $n=20$  tem poder de detecção, e é muito mais significativo em relação aos lotes de 10 e 15, logo se optou por  $n=20$ .

#### 3.1.5.4 Construção da carta de controle para placa B.

A seguir, a tabela 11 apresenta os dados coletados para a carta de controle C para pequenos lotes para a fase de inserção, para a placa B. Os limites de controle foram obtidos através do anexo 3.

TABELA 11 - COLETA DAS AMOSTRAS PARA PLACA B. Continua

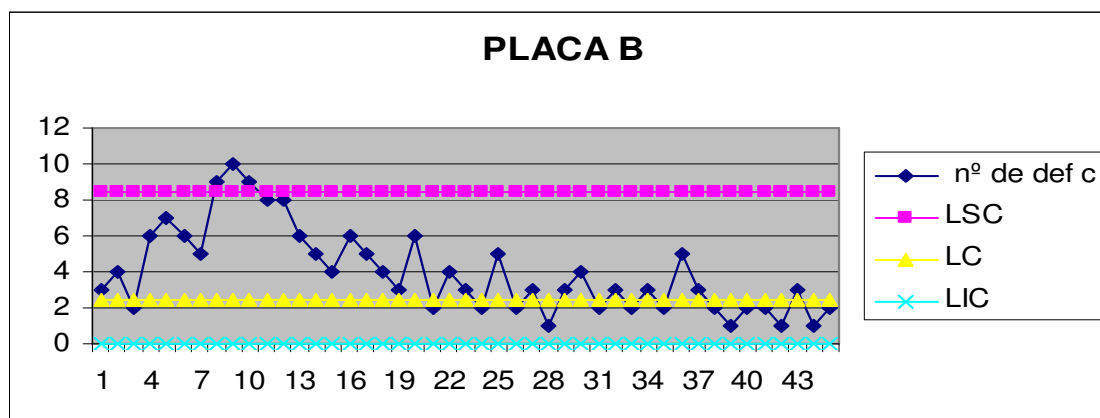
Carta de Controle Estatístico de Processo - Pequenos Lotes							u	$\bar{c}$
Carta: C		INSERÇÃO			Unidade de inspeção		20	0,12 2,4
amostra	peça	n	n° de defeitos c	u	LSC	LC	LIC	
1	B	20	3	0,15	8,5	2,4	0	
2	B	20	4	0,2	8,5	2,4	0	
3	B	20	2	0,1	8,5	2,4	0	
4	B	20	6	0,3	8,5	2,4	0	
5	B	20	7	0,35	8,5	2,4	0	
6	B	20	6	0,3	8,5	2,4	0	
7	B	20	5	0,25	8,5	2,4	0	
8	B	20	9	0,45	8,5	2,4	0	
9	B	20	10	0,5	8,5	2,4	0	
10	B	20	9	0,45	8,5	2,4	0	
11	B	20	8	0,4	8,5	2,4	0	
12	B	20	8	0,4	8,5	2,4	0	
13	B	20	6	0,3	8,5	2,4	0	
14	B	20	5	0,25	8,5	2,4	0	
15	B	20	4	0,2	8,5	2,4	0	
16	B	20	6	0,3	8,5	2,4	0	
17	B	20	5	0,25	8,5	2,4	0	
18	B	20	4	0,2	8,5	2,4	0	
19	B	20	3	0,15	8,5	2,4	0	
20	B	20	6	0,3	8,5	2,4	0	
21	B	20	2	0,1	8,5	2,4	0	
22	B	20	4	0,2	8,5	2,4	0	
23	B	20	3	0,25	8,5	2,4	0	
24	B	20	2	0,1	8,5	2,4	0	

Carta de Controle Estatístico de Processo - Pequenos Lotes							u	$\bar{c}$
Carta: C		INSERÇÃO			Unidade de inspeção		20	0,12 2,4
amostra	peça	n	n° de defeitos c	u	LSC	LC	LIC	
25	B	20	5	0,25	8,5	2,4	0	
26	B	20	2	0,1	8,5	2,4	0	
27	B	20	3	0,15	8,5	2,4	0	
28	B	20	1	0,05	8,5	2,4	0	
29	B	20	3	0,15	8,5	2,4	0	
30	B	20	4	0,2	8,5	2,4	0	
31	B	20	2	0,1	8,5	2,4	0	
32	B	20	3	0,15	8,5	2,4	0	
33	B	20	2	0,1	8,5	2,4	0	
34	B	20	3	0,15	8,5	2,4	0	
35	B	20	2	0,1	8,5	2,4	0	
36	B	20	5	0,25	8,5	2,4	0	
37	B	20	3	0,15	8,5	2,4	0	
38	B	20	2	0,1	8,5	2,4	0	
39	B	20	1	0,05	8,5	2,4	0	
40	B	20	2	0,1	8,5	2,4	0	
41	B	20	2	0,1	8,5	2,4	0	
42	B	20	1	0,05	8,5	2,4	0	
43	B	20	3	0,15	8,5	2,4	0	
44	B	20	1	0,05	8,5	2,4	0	
45	B	20	2	0,1	8,5	2,4	0	

No gráfico 4 há a ilustração do controle para a placa B. Inicialmente, o processo apresenta tendências e instabilidade, até a amostra 20. Nas amostras 8, 9 e 10, o

processo sai de controle. Com medidas para correção da instabilidade, o processo se estabiliza a partir da amostra 20.

GRÁFICO 4 - CARTA DE CONTROLE PEQUENOS LOTES PARA A PLACA B.



### 3.1.5.5 Análise das cartas de controle C pequenos lotes.

Vantagens observadas para a carta C pequenos lotes:

- Não há necessidade de normalidade dos dados, o que permite o trabalho com amostras menores para a média de defeitos;
- É possível fazer o monitoramento de pequenos lotes;
- Com o uso da tabela, anexo 3, não há necessidade de calcula-se os limites de controle.

Desvantagens observadas para a carta C pequenos lotes:

- Sem o uso da tabela, anexo 3, deve ser feito o cálculo dos limites superiores;
- Há necessidade de dados históricos da média de cada produto;
- Supõe-se que a distribuição de Poisson representa satisfatoriamente os fenômenos estudados. Os dados coletados devem ser independentes;

- Não é possível monitorar peças diferentes na mesma carta, salvo de que determinada peça tenha mesma média de defeitos por unidade de inspeção;
- O tamanho da amostra deve ser constante, caso seja necessário amostra com tamanhos diferentes, deve-se utilizar a carta U pequenos lotes.

#### 3.1.5.6 Análise das cartas de controle das placas A e B.

Após a obtenção da média histórica de defeitos por unidade para as placas A e B no processo, procedeu-se a construção das CCO's para determinar o tamanho da amostra. O passo seguinte foi coletar as amostras e construir as cartas de controle. À medida que foram registrados os pontos, deu-se início a interpretação das tendências geradas no processo e análise dos pontos que estão fora dos limites de controle.

Para ambas placas as encontraram-se tendências no início do monitoramento, e foi feita a intervenção no processo para corrigir as causas, com produção contínua, isto é, a produção não parou para a correção. Para a placa A, apenas foi utilizado a folha de verificação e o diagrama de Pareto para encontrar as causas da tendência. Para a placa B, além iniciar com tendências, o processo sai do controle nas amostras 8, 9 e 10. Mesmo com intervenções, o processo é estabilizado a partir da amostra 20, embora já na amostra 11 os pontos caem dentro dos limites de controle. Detectadas as tendências e a instabilidade do processo buscou-se as causas, através da folha de verificação e do diagrama de Pareto, conforme gráficos 5 e 6. Avaliando as 2 placas conjuntamente, o principal defeito que ocorreu para as três placas é a inversão de componentes. Através da reunião de Brainstorming, buscou-se as soluções. A primeira solução para evitar a inversão de componentes, foi o desenvolvimento de recipiente apropriado para os componentes que serão inseridos nas placas, de modo que tenham posição pré-definida, e não mais esparramados em caixas. A segunda solução foi o fim do rodízio de funcionários, de modo que determinado funcionário sempre exerça a função de montagem das placas, com isto evita-se de que o funcionário tenha um período de adaptação neste setor da empresa ou necessidade de treiná-lo. A terceira solução é o

treinamento dos funcionários para montagem dos diversos tipos de placas e treinamento em qualidade.

GRÁFICO 5 - DIAGRAMA DE PARETO PARA A PLACA A.

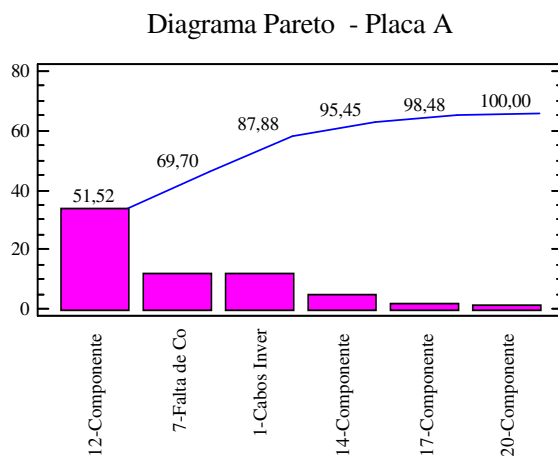
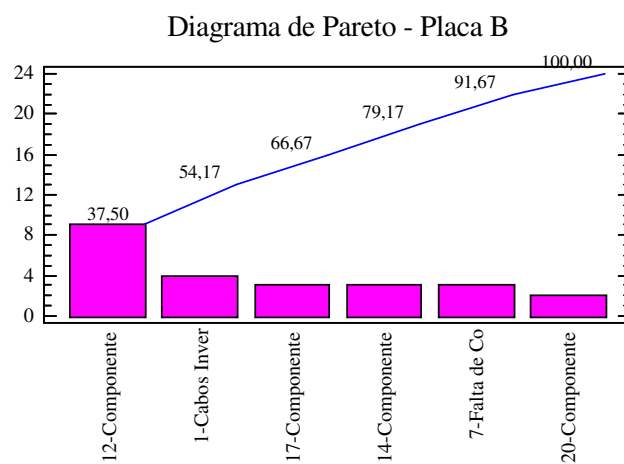


GRÁFICO 6 - DIAGRAMA DE PARETO PARA A PLACA B.



### 3.1.6 Cartas Padronizadas para Placas CP e KR.

A aplicação das cartas padronizadas C ou U para pequenos lotes tem as mesmas aplicações das cartas C e U convencionais, exceto que se pode marcar, na mesma carta, o número de defeitos de processos diferentes. Como em todas as cartas padronizadas, a linha central e os limites são fixos. A linha central é sempre zero e o limite inferior e superior, é -3 e +3, respectivamente. Cada produto deve ter o valor histórico, antes do início da construção da carta de controle. A tabela 12 e 13 apresenta os dados coletados para determinação dos valores históricos das duas placas monitoradas.

TABELA 12 - NÚMERO DE DEFEITOS COLETADOS PARA AS PLACAS CP E KR. Continua

100 placas coletadas.	CP	KR
Tipo de Problema	Nº de Defeitos	
1-Cabos Invertidos -I	99	43
2-Curto em Componentes - S	36	28
3-Curto entre Ilhas – S	33	24
4-Solda Fria – S	49	35
5-Curto entre Conectores – S	45	29
6-Curto entre Cabos - S	41	34
7-Falta de Componentes -I	62	62
8-Terminais sem Solda - S	25	18
9-Solda não vazou para cima - S	18	11
10-Resíduos em Conectores - IV	78	0
11-Componentes mal Pré-formados - CD	12	2

100 placas coletadas.	CP	KR
Tipo de Problema	Nº de Defeitos	
12-Componentes Invertidos – I	86	55
13-Componentes Defeituosos- CD	16	18
14-Componentes Levantados - I	45	71
15-Conectores Derretidos S	31	21
16-Terminal sol.fora do Lugar-S	24	11
17-Componentes Trocados – I	59	42
18-Trilhas Imperfeitas-CD	8	7
19-Chicotes com Problema-CD	4	5
20-Componentes Quebrados - I	49	29
soma	820	545

A seguir a tabela 13 com o total e a média de defeitos na fase de inserção.

TABELA 13 –MÉDIA DE DEFEITOS

Local	Quantidade		Média - $\bar{u}$	
	CP	KR	CP	KR
Montagem (Produção)	400	302	4,00	3,02
Componente Defeituoso	40	32	0,40	0,32
Soldagem	302	211	3,02	2,11
<i>Total</i>	742	545		



### 3.1.6.1 Construção das cartas para as placas CP e KR.

A seguir são apresentadas as cartas de controle de processo para pequenos lotes e apenas para a fase de inserção para as placas CP e KR. Na tabela 14, tem-se o registro do número de defeitos de cada amostra coletada e os cálculos dos pontos a serem registrados na carta de controle.

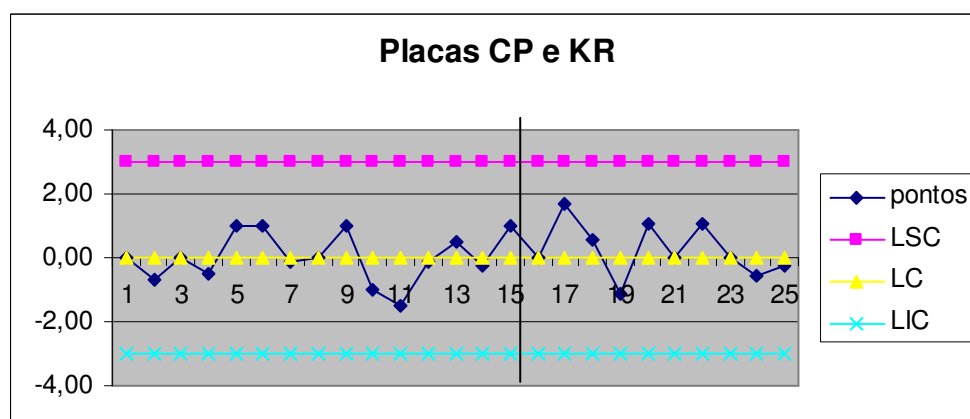
TABELA 14 - COLETA DAS AMOSTRAS PARA AS PLACAS CP E KR. Continua

CARTA U				unidade de inspeção: 25						
amostra	peça	n	$n_p$	nº de defeitos	$u_p$	$\bar{u}$	Pontos	LSC	LC	LIC
1	CP	25	1	4	4,00	4	0,00	3	0	-3
2	CP	20	0,8	2	2,50	4	-0,67	3	0	-3
3	CP	25	1	4	4,00	4	0,00	3	0	-3
4	CP	25	1	3	3,00	4	-0,50	3	0	-3
5	CP	25	1	6	6,00	4	1,00	3	0	-3
6	CP	25	1	6	6,00	4	1,00	3	0	-3
7	CP	20	0,8	3	3,75	4	-0,11	3	0	-3
8	CP	25	1	4	4,00	4	0,00	3	0	-3
9	CP	25	1	6	6,00	4	1,00	3	0	-3
10	CP	25	1	2	2,00	4	-1,00	3	0	-3
11	CP	25	1	1	1,00	4	-1,50	3	0	-3
12	CP	20	0,8	3	3,75	4	-0,11	3	0	-3
13	CP	25	1	5	5,00	4	0,50	3	0	-3
14	CP	15	0,6	7	11,67	4	2,97	3	0	-3
15	CP	25	1	12	12,00	4	4,00	3	0	-3
16	KR	25	1	13	13,00	3	5,77	3	0	-3

CARTA U				unidade de inspeção: 25						
amostra	peça	n	$m_p$	n° de defeitos	$u_p$	$\bar{u}$	Pontos	LSC	LC	LIC
17	KR	20	0,8	10	12,50	3	4,91	3	0	-3
18	KR	25	1	4	4,00	3	0,58	3	0	-3
19	KR	25	1	6	6,00	3	1,73	3	0	-3
20	KR	20	0,8	4	5,00	3	1,03	3	0	-3
21	KR	25	1	3	3,00	3	0,00	3	0	-3
22	KR	20	0,8	4	5,00	3	1,03	3	0	-3
23	KR	25	1	3	3,00	3	0,00	3	0	-3
24	KR	25	1	6	6,00	3	1,73	3	0	-3
25	KR	20	0,8	2	2,50	3	-0,26	3	0	-3

O gráfico 7 ilustra a primeira carta de controle para as placas CP e KR. Com a mudança de produto percebe-se que a placa KR, se inicia com valores acima da média, porém, com ajustes, o processo é estabilizado.

GRÁFICO 7 - CARTA DE CONTROLE PADRONIZADO C PARA AS PLACAS CP E KR.



Na tabela 15, tem-se o registro de mais 25 amostras das placas CP e KR. Foram registrados o número de defeitos de cada amostra coletada e os cálculos dos pontos a serem registrados na carta de controle.

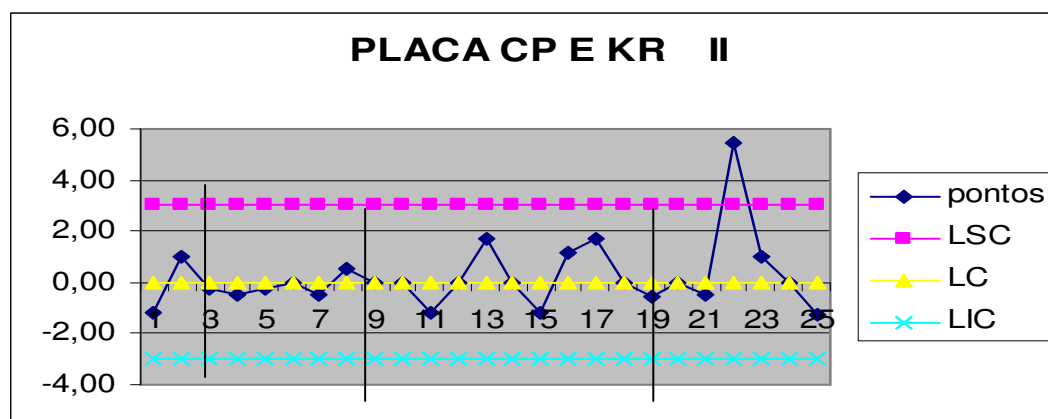
TABELA 15 - COLETA DAS AMOSTRAS PARA AS PLACAS CP E KR (2ª CARTA).

Carta U						Unidade de Inspeção: 25				
amostra	peça	n	n <sub>p</sub>	u	u <sub>p</sub>	Pontos	LSC	LC	LIC	
1	KR	25	1	1	1,00	3	-1,15	3	0	-3
2	KR	20	0,8	4	5,00	3	1,03	3	0	-3
3	KR	20	0,8	2	2,50	3	-0,26	3	0	-3
4	CP	25	1	3	3,00	4	-0,50	3	0	-3
5	CP	15	0,6	2	3,33	4	-0,26	3	0	-3
6	CP	25	1	4	4,00	4	0,00	3	0	-3
7	CP	25	1	3	3,00	4	-0,50	3	0	-3
8	CP	25	1	5	5,00	4	0,50	3	0	-3
9	CP	25	1	4	4,00	4	0,00	3	0	-3
10	KR	25	1	3	3,00	3	0,00	3	0	-3
11	KR	25	1	1	1,00	3	-1,15	3	0	-3
12	KR	25	1	3	3,00	3	0,00	3	0	-3
13	KR	20	0,8	5	6,25	3	1,68	3	0	-3
14	KR	25	1	3	3,00	3	0,00	3	0	-3
15	KR	25	1	1	1,00	3	-1,15	3	0	-3
16	KR	25	1	5	5,00	3	1,15	3	0	-3
17	KR	20	0,8	5	6,25	3	1,68	3	0	-3
18	KR	25	1	3	3,00	3	0,00	3	0	-3
19	KR	25	1	2	2,00	3	-0,58	3	0	-3
20	CP	25	1	4	4,00	4	0,00	3	0	-3
21	CP	25	1	3	3,00	4	-0,50	3	0	-3

Carta U						Unidade de Inspeção: 25				
amostra	peça	n	$n_p$	u	$u_p$	Pontos	LSC	LC	LIC	
22	CP	20	0,8	13	16,25	4	5,48	3	0	-3
23	CP	25	1	6	6,00	4	1,00	3	0	-3
24	CP	25	1	4	4,00	4	0,00	3	0	-3
25	CP	20	0,8	1	1,25	4	-1,23	3	0	-3

Na carta de controle, apresentada no gráfico 8, pode-se verificar que somente na amostra 22 o processo sai do controle, até então o processo encontrava-se sob controle. E entre as amostras 10 e 20 tem-se o monitoramento da placa KR, em que se observa maior variabilidade do que na placa CP.

GRÁFICO 8 - CARTA DE CONTROLE PADRONIZADO C PARA AS PLACAS CP E KR



Os Gráficos 9 e 10 ilustram os resultados em relação à porcentagem de cada defeito que afetam a qualidade dos produtos, através do diagrama de Pareto. Para a placa KR há uniformidade em relação aos tipos de defeitos, além de mostrar a

relevância da avaliação de todo o processo de produção para correção. Os três defeitos mais frequentes são: componentes levantados, falta de componentes e componentes invertidos. A placa CP registra cabos invertidos, componentes invertidos e componentes levantados como os defeitos que mais ocorrem, os quais devem ser avaliados, para descoberta das causas e a redução destes defeitos no processo.

GRÁFICO 9 - DIAGRAMA DE PARETO PARA A PLACA KR.

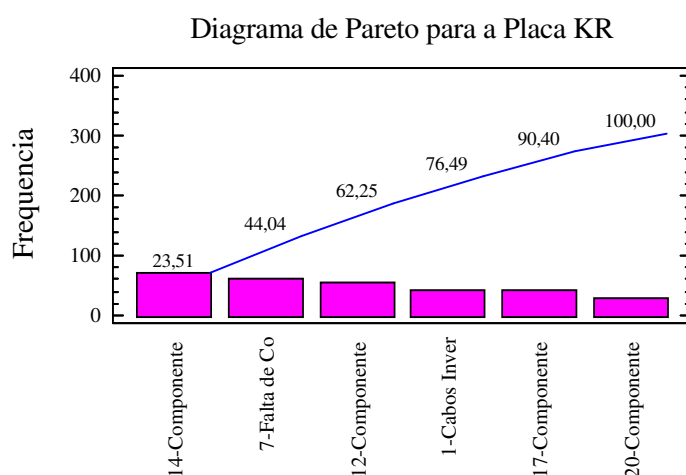
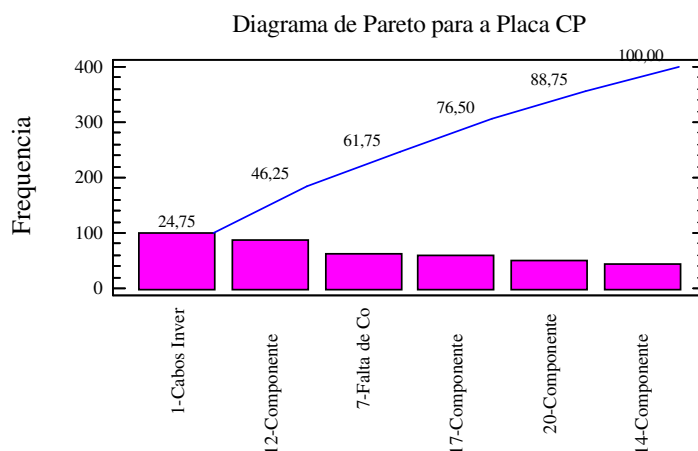


GRÁFICO 10 - DIAGRAMA DE PARETO PARA A PLACA CP.



### 3.1.6.2 Análise das cartas de controle das placas CP e KR.

A interpretação das cartas de controle padronizadas deve ser feita com mais atenção que as cartas convencionais, porque diferentes produtos estão plotados na mesma carta de controle. Além da análise da carta como um todo, deve-se analisar cada produto em separado para verificar tendências na carta de controle de produtos monitorados no processo. Segundo GRIFFITH (1996), para evitar este problema pode-se marcar os pontos com símbolos diferentes ou segundo WISE e FAIR (1998), divide-se com linhas perpendiculares a carta de controle, separando cada produto, isto é, a cada troca de produto, traça-se uma perpendicular. Deste modo é possível observar tendências de produtos monitorados. Para as cartas CP e KR foram traçadas perpendiculares para a análise e observou-se que, embora o processo esteja estável, a placa KR tem maior variabilidade em relação à placa CP. Analisando-se o diagrama de Pareto, tomou-se algumas medidas para melhorar o processo, a saber: objetivando evitar a inversão de componentes foram desenvolvidos recipientes apropriado para os componentes que serão inseridos nas placas, de forma que tenham posição pré-definida e não mais esparramados em caixas; o uso de identificação das caixas de componentes para evitar a troca de componentes; o fim do rodízio de funcionários, a

fim de que determinado funcionário sempre exerça a função de montagem das placas, com isto se evita período de adaptação maior do funcionário setor da empresa; treinamento dos funcionários para montagem de placas e treinamento em qualidade.

Vantagens observadas para carta C padronizada:

- A carta C padronizada ilustra a variação para vários produtos, na mesma carta, isto é, permite o uso para diferentes tipos de peças, como de diferentes características de qualidade;
- Produtos com dispersão diferente podem ser registrados na mesma carta;
- Não há necessidade de calcular os limites de controle e a linha central;
- Menor número de cartas de controle.

Desvantagens observadas para a carta C padronizada:

- Necessidade de periodicamente avaliar os valores históricos, para atualização, caso necessário;
- A exigência de normalidade dos dados que pode ser um problema para pequenos lotes;
- Necessidade de avaliar em separado cada produto, na carta de controle;
- Os defeitos devem ser independentes entre si;
- Cálculo dos pontos para registro na carta de controle.

### 3.2 MONITORAMENTO SUPERVISIONADO: ANÁLISE DE UMA SOLUÇÃO.

### 3.2.1 Introdução.

A segunda parte do trabalho foi realizado na empresa que denomina *Empresa R Ltda*, do ramo de autopeças, situada na Cidade de Curitiba.

A pesquisa ocorreu no setor de temperamento das peças. Neste setor, a peça sofre tratamento químico com o objetivo de criar uma camada mais dura sobre a superfície e duas características são monitoradas: a dureza da camada e a profundidade. A empresa faz o monitoramento com as cartas de controle  $\bar{X}$  e S. O procedimento utilizado pela empresa não é o mesmo utilizado no CEP convencional, e em virtude do processo possuir grande variabilidade da matéria prima fornecida à empresa, que pode levar ao retrabalho ou refugo da peça, dificulta o tratamento da peça, pois o forno é programado para fazer o processo padrão, não importa qual é a composição química da peça. Logo o ideal é que a empresa fornecedora diminuísse a variabilidade química da liga, porém isto não é possível, porque a mesma alega produzir dentro de normas internacionais. Outra alternativa para diminuir a variabilidade do produto é que o processo se adapte a composição química de cada lote recebido pela empresa R, realizando o temperamento para aquele tipo de liga, porém isto é inviável uma vez que aumentaria o custo de produção da empresa.

### 3.2.2 Conhecendo o Processo.

A matéria prima é enviada pela siderúrgica, local em que se realiza a inspeção de qualidade, retira-se uma amostra e é feito o exame da composição química do metal. Caso a amostra esteja dentro das especificações exigidas pela empresa S, o lote é liberado e é enviado ao setor de manufatura em que são torneadas, depois são enviadas para o setor de temperamento. Neste setor as peças são colocadas em fornos e aquecidas a aproximadamente 900°. Algumas das peças passam por duas fases: a primeira fase é chamada de cementação e a segunda fase de tempera. Entre a primeira e segunda fase, a peça volta para o setor de manufatura, para novo trabalho. Depois



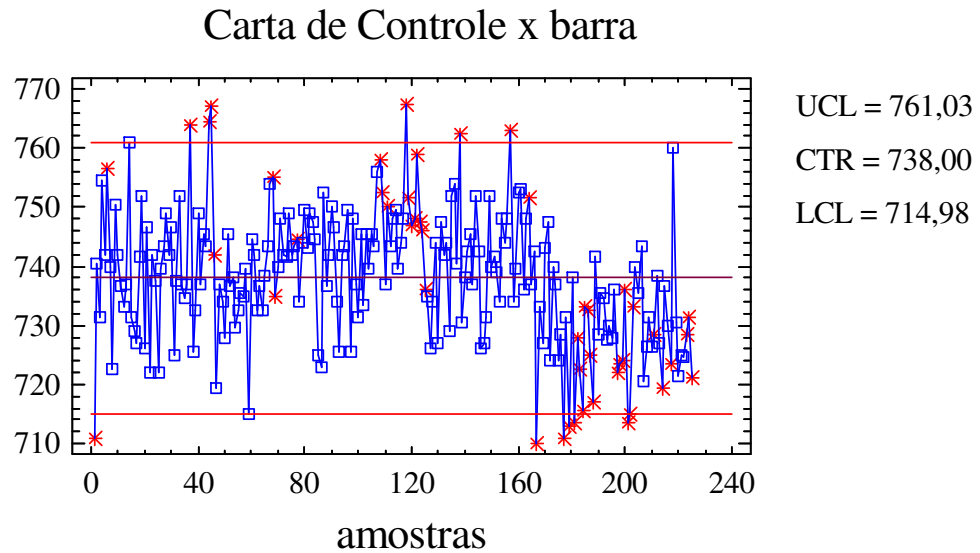
volta para o setor de temperamento, para segunda fase. Na primeira fase, a fase de cementação, o lote de peças é colocado no forno e são aquecidas em alta temperatura e recebem durante o processo, hidrogênio e acetileno. Concluído o “banho” de acetileno, a carga, sofre um resfriamento, com a introdução de nitrogênio. Algumas peças sofrem um resfriamento brusco, outras têm resfriamento lento.

Todas as peças que passam pelos fornos são semelhantes, e têm a mesma função. Apenas uma peça foi escolhida para avaliação, denominada peça D. A peça D, vem da manufatura, passa pela primeira fase com resfriamento lento e volta para a manufatura, é torneada e retorna para o setor de temperamento para a segunda fase, onde é aquecida em alta temperatura e resfriada bruscamente com nitrogênio. Após a segunda fase, ela passa por mais um tratamento, chamado de revenimento. A peça vai para o revenimento, depois para o freezer e volta novamente para o revenimento. Cada carga contém 3600 peças na primeira fase e 7200 peças na segunda fase. O monitoramento é feito na primeira e segunda fase. Na segunda fase, são retiradas duas peças para a amostragem destrutiva. As peças são cortadas para análise no laboratório, onde são medidas duas características de qualidade: a dureza da camada feita pelo processo e a espessura.

### 3.2.3 Monitoramento Supervisionado Versus CEP Tradicional.

O resultado da amostra é registrado nas cartas de controle supervisionado. As cartas de controle não seguem a construção teórica desenvolvida pelo CEP tradicional. Os limites de controle para a carta  $\bar{X}$ , são calculados 10% abaixo do LSE e 10% acima do LIE e a linha central é o ponto médio da especificação de engenharia. A justificativa para este procedimento é a variabilidade da composição química da matéria prima e também a precisão dos equipamentos de medição, porém o processo é considerado fora do controle quando algum ponto estiver fora dos limites de especificação. Para análise foram utilizadas nove cartas de controle, com 25 cargas cada, com um total de 225 cargas no período de mais ou menos 6 meses e um total de

1.620.000 peças. Para construção da carta de controle, utilizou-se o software Statgraphics®, obteve-se as cartas  $\bar{X}$  e S tradicionais e os limites de controle, conforme os gráficos 11 e 12. Examinando as cartas de controle, pode-se observar a instabilidade do processo, com alta variabilidade e que o processo tem 6 pontos acima dos LSC e 6 pontos abaixo do LIC. Para as cargas com pontos acima do LSC, devem ser re-trabalhadas e para as cargas abaixo do LIC, devem ser refugadas. Se utilizados as cartas convencionais  $\bar{X}$  e S, a empresa teria um custo com re-trabalho de 6 cargas. Como o custo de re-trabalho é de R\$ 3,00 por peça e o total de peças é 43.200, o custo adicional de re-trabalho é de R\$ 129.600,00. As cargas que caem abaixo do limite inferior, não podem ser re-trabalhadas e são refugados. Com o custo de R\$ 4,00 por peça, o custo de refugo de peças é de R\$ 172.800,00. O custo total neste período, utilizando a carta convencional, é de R\$ 302.400,00, com o processo dentro das especificações de engenharia, o que é inviável comercialmente. E como a empresa utiliza limites de controle com 2.58 sigma da linha central, e não os 3 sigma comumente utilizado, o custo é ainda maior, R\$ 504.000,00. O processo pode ser monitorado com as cartas tradicionais, com a diminuição da variabilidade da composição química da matéria prima junto ao fornecedor, como no momento não é possível, pois o mesmo alega que o seu produto está dentro das especificações, desta forma optou-se pelo uso dos limites de especificação de engenharia, isto é, considera-se um sinal fora de controle quando cai fora dos limites de especificações. Se estiver fora dos limites de especificação, deve-se fazer uma nova amostragem. Se na segunda amostragem cair fora do LSE, deve-se re-trabalhar as peças e se cair dentro dos limites de especificação, ignora-se o primeiro sinal. Se na segunda amostragem cair abaixo do LIE, deve-se eliminar a carga. A seguir os gráficos 11 e 12, ilustram as carta de controle  $\bar{X}$  e S tradicionais em que pode-se observar o alto grau de variabilidade do processo devido a matéria prima. A grande variação na composição química do produto fornecido a empresa é o fator de maior dificuldade de controle da variabilidade do processo. A empresa tem se empenhado com o objetivo de melhorar a qualidade do processo de produção neste setor.

GRÁFICO 11 - CARTA CONVENCIONAL  $\bar{X}$  DA PEÇA D.

A capacidade do processo é:

$$C_p = \frac{780 - 710}{6 \cdot 10,85} = 1,075$$

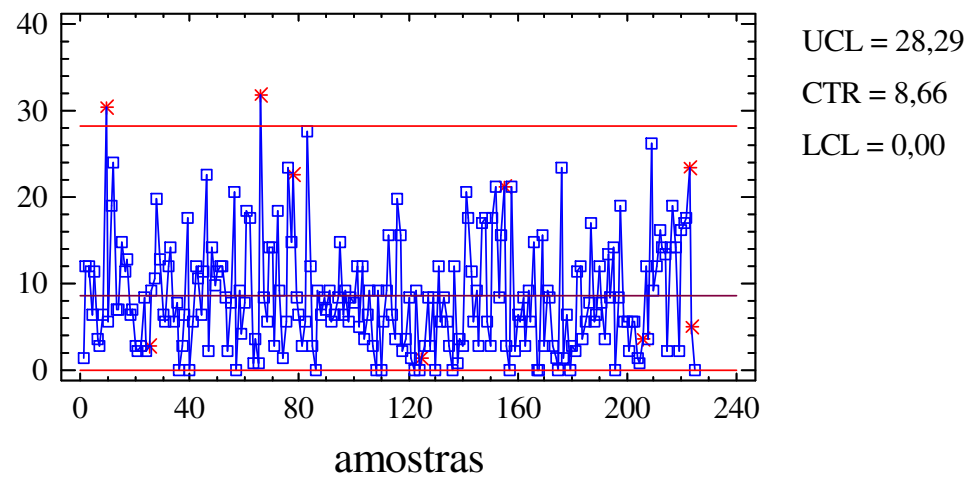
$$C_{ps} = \frac{780 - 738,0044}{3 \cdot 10,85} = 1,29 \quad e \quad C_{pk} = \frac{738,0044 - 710}{3 \cdot 10,85} = 0,86$$

$$C_{pk} = 0,86$$

Logo,  $C_p \neq C_{pk}$ . Processo não é centrado.

GRÁFICO 12: CARTA S PARA A PEÇA D.

### Carta de Controle S



A seguir apresenta-se as estimativas da média e do desvio padrão e os limites de controle das cartas  $\bar{X}$  e S convencionais, obtidas pelo software Statgraphics®.

Número de amostras: 225

Tamanho das amostras: 2

Limites para a carta de controle  $\bar{X}$

LSC = 761,032

LC = 738,004

LIC = 714,977

Limites para a carta de controle s

LSC = 28,2923

LC = 8,66127

LIC = 0,0

$$\text{Estimativas: } \bar{x} = 738,004 \quad \frac{s}{c_4} = 10,8553 \quad s = 8,66127$$

Para a análise do monitoramento da peça D, feito pela empresa R, denominado gráfico supervisionado, calculou-se o risco  $\alpha$ , risco  $\beta$ , as ARLs e CCO. Quando o processo está estável, sob controle, o risco  $\alpha$  no período é igual a 0,000131734, logo a probabilidade de se detectar desvios,  $1 - \alpha$ , é de 0,999868266. O que significa que a chance de ocorrer um alarme falso é muitíssima pequena, como pode-se confirmar com a ARL, que é igual 7591,069595, isto é, em média a cada 7591 cargas deve ocorrer um sinal. Como, em média, são produzidas 1,24 cargas por dia, a média de sinal será de 6121 dias, o que desta forma tem-se o processo estável com este monitoramento. Ainda considerando o valor de  $\alpha$ , se for utilizado os limites de 3 sigma, tem-se 2700 ppm, mas com este procedimento tem-se 132 ppm. A seguir a tabela 16, com o risco  $\alpha$  para todas as cargas e para cada carta em particular. Cada carta contém 25 cargas, cada carga contém 7200 peças e o total é de 1.620.000 peças. Pr é a probabilidade de re-trabalho ou refugo.

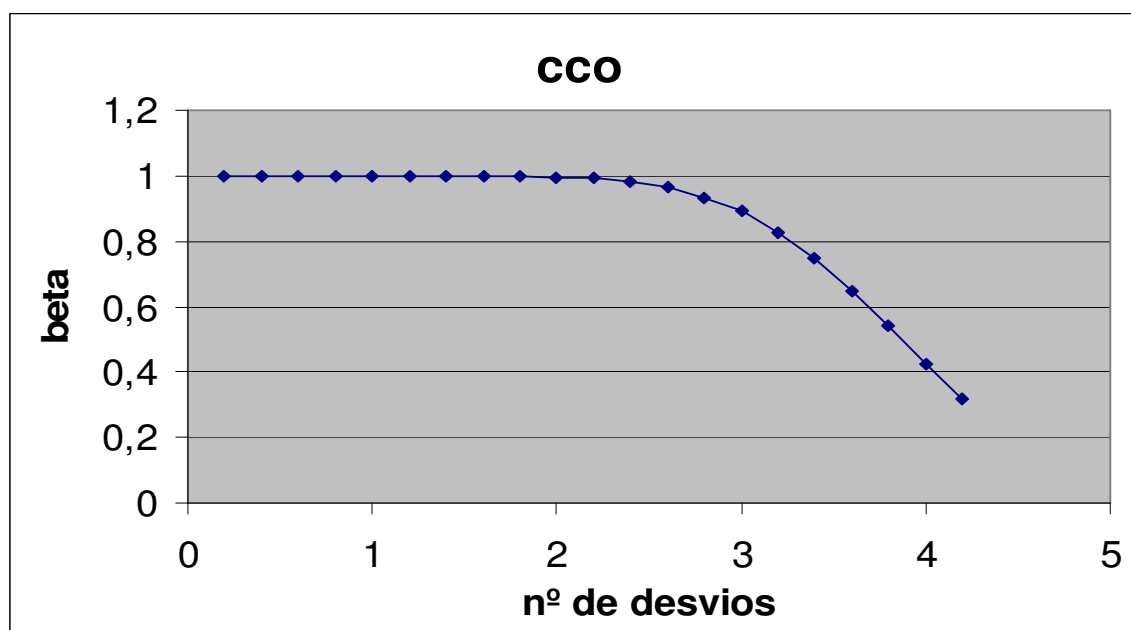
TABELA 16 - CÁLCULO DO RISCO  $\alpha$  PARA A PEÇA D.

Cálculo do erro tipo I para a peça D							
Carta	$\bar{x}$	S	LSE	LIE	$\alpha$	$1 - \alpha$	Pr
1	737,42	8,91	780	710	0,000257227	0,999743	1,65355E-08
2	741,3	9,48	780	710	9,85646E-05	0,999901	2,42723E-09
3	739,34	9,48	780	710	0,000238138	0,999762	1,41721E-08
4	740,46	9,59	780	710	0,000170134	0,99983	7,23299E-09
5	747,26	6,48	780	710	5,89437E-09	1	8,63558E-18

6	740,08	7,47	780	710	2,73486E-06	0,999997	1,86622E-12
7	739,88	8,15	780	710	1,74174E-05	0,999983	7,57537E-11
8	727,04	8,15	780	710	0,009118995	0,990881	2,07891E-05
9	729,26	10,27	780	710	0,017129524	0,98287	7,33557E-05
Total	738,0044	8,66	780	710	0,000131734	0,999868	4,33622E-09
Estimador de S	10,85						

Para o processo fora de controle, calculou-se o risco  $\beta$  e construí-se a curva característica de operação, a CCO. Análise foi feita com um desvio de 1,5 sigma e 2 sigma. Para 1,5 o valor de  $\beta$  é 0,999964205 e com 2 sigma é 0,999741568, logo o poder de detectar desvios de 1,5 e 2 desvios padrões, com o processo fora de controle, o poder de detectar a mudança da média é baixíssimo, com  $1-\beta = 1 - 0,999964205 = 0,000035795$  e  $1-\beta = 1 - 0,999741568 = 0,000258432$ , respectivamente. Este pequeno poder de detectar algum desvio pode ser confirmado na curva característica a seguir. O gráfico 13 ilustra a CCO do processo em questão, e observa-se que mesmo que o desvio seja “grande”, isto é, até 3 desvios padrões, ainda a carta tem um pequeno poder de detectar alguma alteração.

GRÁFICO 13 - CURVA CARACTERÍSTICA DE OPERAÇÃO DA PEÇA D.



A tabela 17 contém os cálculos do risco  $\beta$ , para diversos desvios da média e pode-se deduzir que mesmo ocorrendo algum desvio no processo, não será detectado pela carta de controle.

TABELA 17 - CÁLCULO DO RISCO  $\beta$  PARA A PEÇA D.

n	$\bar{x}$	$\frac{s}{c_4}$	desvio	$\mu + \delta\sigma$	P(x<LIC)	P(x<LSC)	$\beta$
2	738,0044	10,85372	0,2	740,1752	4,216E-05	1	0,999958

n	$\bar{x}$	$\frac{s}{c_4}$	desvio	$\mu + \delta\sigma$	P(x<LIC)	P(x<LSC)	$\beta$
2	738,0044	10,85372	0,4	742,3459	1,213E-05	1	0,999987
2	738,0044	10,85372	0,6	744,5167	3,436E-06	0,999998	0,999995
2	738,0044	10,85372	0,8	746,6874	8,752E-07	0,999993	0,999992
2	738,0044	10,85372	1	748,8582	2,061E-07	0,999975	0,999975
2	738,0044	10,85372	1,2	751,0289	4,49E-08	0,99992	0,99992
2	738,0044	10,85372	1,4	753,1997	9,072E-09	0,99976	0,99976
2	738,0044	10,85372	1,6	755,3704	1,693E-09	0,999334	0,999334
2	738,0044	10,85372	1,8	757,5411	2,923E-10	0,998285	0,998285
2	738,0044	10,85372	2	759,7119	4,667E-11	0,995897	0,995897
2	738,0044	10,85372	2,2	761,8826	6,891E-12	0,990878	0,990878
2	738,0044	10,85372	2,4	764,0534	9,405E-13	0,981136	0,981136
2	738,0044	10,85372	2,6	766,2241	1,186E-13	0,96367	0,96367
2	738,0044	10,85372	2,8	768,3949	1,384E-14	0,934748	0,934748
2	738,0044	10,85372	3	770,5656	1,492E-15	0,890516	0,890516
2	738,0044	10,85372	3,2	772,7364	1,486E-16	0,828036	0,828036
2	738,0044	10,85372	3,4	774,9071	1,368E-17	0,746524	0,746524
2	738,0044	10,85372	3,6	777,0779	1,164E-18	0,648305	0,648305
2	738,0044	10,85372	3,8	779,2486	9,156E-20	0,538996	0,538996
2	738,0044	10,85372	4	781,4193	6,651E-21	0,426639	0,426639
2	738,0044	10,85372	4,2	783,5901	4,464E-22	0,319971	0,319971

### 3.2.4 Análise através do Planejamento Econômico.



Embora o planejamento econômico deva ser usado para cartas de controle tradicionais, utilizou-se do planejamento econômico para se fazer avaliações sobre o processo. O método supervisionado, utilizado pela empresa, contém as cartas  $\bar{X}$  e S, mas somente a carta  $\bar{X}$  é que determina se uma carga deverá ser re-trabalhada ou refugada. Assim, para a análise somente utilizou-se o planejamento econômico para carta  $\bar{X}$ . Para algumas variáveis foram feitas suposições em relação ao seu valor, em virtude de que as cartas, raramente apresentam sinais fora dos limites de especificação e estas variáveis são: O número médio de ocorrências, por hora, de causas especiais ( $\lambda$ ), o desvio da média do processo, em número de desvios padrões ( $\delta$ ) e o custo de itens defeituosos com o processo fora de controle (C1). Para a carta supervisionada, o intervalo de coleta das amostras (h) não é dado em função do tempo (horas, dias,...), mas em função das cargas, isto é, de cada carga é retirada uma amostra de duas peças. Como o planejamento econômico determina que h deve ser em horas, foram feitas simulações para 8, 12, 18 e 24 horas. Foi suposto que tenham ocorrido dois sinais de descontrole do processo no período de um ano, um para re-trabalho e outro para refugo das peças. As demais variáveis foram obtidas junto à empresa e estão na tabela 18. Para esta tabela escolheu-se  $\lambda=0,0002$ , pois foi suposto que as mudanças no processo ocorrem aleatoriamente com uma frequência de cerca de uma a cada 5000 horas de operação. O tempo médio para amostrar e inspecionar as duas peças da amostra é de 3,5 horas e logo para uma peça é de 1,75 horas. O tempo para procurar um falso alarme é zero, porque o processo possui campainhas que alertam quando o processo está com algum problema, o funcionário procede a inspeção e se não encontra nenhum problema, não se intervém no processo. Quando a campainha alerta que o processo está com algum problema, o técnico leva em média 6 minutos (0,1 h) para descobrir o problema. O tempo para reparar a causa especial em média é de duas horas. Quando o processo esta sob controle, não há re-trabalho e nem refugo de peças, logo o custo de itens defeituosos com o processo sob controle é zero. Com o processo fora de controle o custo com itens defeituosos é R\$0,30. O custo da investigação de um sinal de ação que resulte na eliminação de uma causa especial é de R\$ 33,00, enquanto que o custo de investigação de uma alarme falso é zero. Com base em uma análise dos salários dos

técnicos, nos custos do equipamento de testes e insumos, estimou-se que o custo fixo da extração de uma amostra seja de R\$ 0,0311 por peça e o custo variável da amostragem é estimado em R\$ 4,00.

Segundo MONTGOMERY (2004), em virtude da dificuldade de obtenção e avaliação de informações sobre custos e tempo, não se recomenda o uso de relações mais complexas. O apêndice 1 foi utilizado para auxiliar na obtenção destas variáveis. Os valores obtidos encontram-se na tabela 18.

TABELA 18 - VALORES OBTIDOS PARA AS VARIÁVEIS DO PLANEJAMENTO ECONÔMICO. Continua

Variável	Simulações de $\lambda$ e $\delta$			
	$\lambda=0,0002$ $\delta=0$	$\lambda=0,0002$ $\delta=1.5$	$\lambda=0,0002$ $\delta=2$	$\lambda=0,0002$ $\delta=2.5$
1)Tempo para amostrar e inspecionar um item (E).	1.75	1.75	1.75	1.75
2)Tempo de procura por um falso alarme (T0).	0	0	0	0
3)Tempo para descobrir a causa especial (T1).	0,1	0,1	0,1	0,1
4)Tempo para reparar a causa especial (T2).	2	2	2	2
5)Custo de itens defeituosos com o processo sob controle (C0).	0	0	0	0
6)Custo de itens defeituosos com o processo fora de controle (C1). Suposição uma carga refugada e uma re-trabalhado em 365 dias.	0.3	0.3	0.3	0.3
7)Custo por falso alarme (Y).	0	0	0	0
8)Custo para encontrar e reparar a causa especial (W).	33.00	33.00	33.00	33.00
9)Custo fixo de amostragem (a).	0,0311	0,0311	0,0311	0,0311

10)Custo variável de amostragem (b).	4	4	4	4
11)Número médio de ocorrências, por hora, de causas especiais ( $\lambda$ ).	Variável estimada			
12)Desvio da média, em número de desvios padrões. ( $\delta$ ou $\Delta(\mu)$ )	Variável estimada			

Para otimizar este problema, utilizou-se o programa computacional de MCWILLIANS (1994) e o compilador FORTRAN FORCE 2.0. A tabela 19 contém os valores obtidos para diversas situações, em que o número médio de ocorrências, por hora, de causas especiais,  $\lambda$ , é igual a 0,0002. As soluções ótimas encontradas para todos os desvios têm para  $\alpha$ , valores muito altos e iguais, o que implica em um número grande de falsos alarmes e quando o processo tem desvio zero,  $\delta=0$  e o poder de detectar algum sinal,  $P_d$ , é muito baixo (igual a  $\alpha$ , quando sob controle). Logo a solução ótima não é viável para o processo.

TABELA 19 - VALORES SOLUÇÃO ÓTIMA PARA  $\lambda=0,0002$

n	$\delta$	L	h	$\alpha$	$P_d=1-\beta$	ATS	Custo
1	0	1	18	0,317	0,317	56,727	0,2335
1	0	1	12	0,317	0,317	37,818	0,3446
1	1,5	1	24	0,317	0,698	34,400	0,1761
1	1,5	1	18	0,317	0,698	25,800	0,2318
1	1,5	1	12	0,317	0,698	17,200	0,3434
1	2	1	24	0,317	0,843	28,480	0,1758
1	2	1	18	0,317	0,843	21,360	0,2315
1	2	1	12	0,317	0,843	14,240	0,3432
1	3	1	24	0,317	0,977	24,558	0,1755
<i>1</i>	3	1	18	0,317	0,977	18,418	0,2313

A tabela 20 contém os valores para o planejamento adotado pela empresa, e vem confirmar os resultados obtidos anteriormente, não importa o intervalo de coleta a carta supervisionada tem baixíssimo poder de detectar alterações no processo. A carta supervisionada detecta grandes desvios da média, acima de  $3\sigma$ .

TABELA 20 - AVALIAÇÃO DO PLANEJAMENTO DA EMPRESA R, COM  $\lambda=0,0002$ .

n	$\delta$	L	h	$\alpha$	$Pd=1-\beta$	ATS	Custo
2	0	3,3	8	0,001	0,001	8273,308	1,1934
2	0	3,3	18	0,001	0,001	*****	0,6840
2	1,5	3,3	8	0,001	0,119	67,079	1,0145
2	1,5	3,3	18	0,001	0,119	150,927	0,4612
2	2	3,3	8	0,001	0,319	25,109	1,0120
2	2	3,3	18	0,001	0,319	56,494	0,4559
2	3	3,3	8	0,001	0,827	9,673	1,0111
2	3	3,3	18	0,001	0,827	21,764	0,4538

Com  $\lambda=0,0004$  a única alteração em relação à  $\lambda=0,0002$  é o custo, conforme dados obtidos e apresentados na tabela 21.

TABELA 21 - VALORES SOLUÇÃO ÓTIMA PARA  $\lambda=0,0004$ 

n	$\delta$	L	h	$\alpha$	Pd=1- $\beta$	ATS	Custo
1	0	1	18	0,317	0,317	56,727	0,2429
1	0	1	12	0,317	0,317	37,818	0,3532
1	1,5	1	18	0,317	0,698	25,800	0,2395
1	1,5	1	12	0,317	0,698	17,200	0,3508
1	2	1	18	0,317	0,843	21,360	0,2390
1	2	1	12	0,317	0,843	14,240	0,3505
<b>1</b>	2,5	1	18	0,317	0,933	19,284	0,2388

Na avaliação do planejamento para  $\lambda=0,0004$ , novamente a única alteração é em relação ao custo, conforme consta na tabela 22. O monitoramento tem baixíssimo poder de detectar alterações no processo. Assim, a solução ótima obtida pelo planejamento econômico e o planejamento utilizado pela empresa não são viáveis porque ou tem baixo poder de detectar desvios da média ou tem probabilidade alta de alarmes falsos.

TABELA 22 - AVALIAÇÃO DO PLANEJAMENTO DA EMPRESA R, COM  $\lambda=0,0004$ .

n	$\delta$	L	h	$\alpha$	Pd=1- $\beta$	ATS	Custo
2	0	3,3	8	0,001	0,001	8273,308	1,1934
2	0	3,3	18	0,001	0,001	*****	0,6840
2	1,5	3,3	8	0,001	0,119	67,079	1,0145
2	1,5	3,3	18	0,001	0,119	150,927	0,4612
2	2	3,3	8	0,001	0,319	25,109	1,0120
2	2	3,3	18	0,001	0,319	56,494	0,4559
2	3	3,3	8	0,001	0,827	9,673	1,0111
<b>2</b>	3	3,3	18	0,001	0,827	21,764	0,4538

## 4. RESULTADOS E CONCLUSÃO

### 4.1 RESULTADOS

Os resultados obtidos neste trabalho demonstram a possibilidade de utilização do CEP em situações comumente não abordadas ou muito pouco abordadas pelo CEP tradicional. Embora estas ferramentas estejam muito difundidas, ainda é comum o desconhecimento das técnicas para seqüências curtas de produção. Como na empresa S, cujo estoque de componentes para o processo de produção é ínfimo ou quase zero, os componentes são adquiridos na quantidade praticamente exata para a montagem do produto solicitado pelo seu cliente, além da produção ser feita somente por meio do pedido, isto é, não há estoques nem para a montagem e nem para pronta entrega do produto. Verificou-se que com a produção em pequenas quantidades, achava-se que não ser possível utilizar o CEP.

Ramos (1990) ressalta que o surgimento de novas formas de organização da produção, aliado à tendência crescente de automação industrial, tem gerado um ceticismo muito grande no meio empresarial quanto à continuidade do uso do CEP como forma eficaz para o aprimoramento contínuo da qualidade. Estas novas formas não são obstáculos à utilização do CEP e pode-se dizer que os preceitos básicos de CEP continuam válidos, porém apenas algumas modificações devem ser feitas para sua operacionalização nestas situações.

A aplicação das técnicas do Controle Estatístico de Qualidade tem por objetivo a melhoria da qualidade, o que demanda uma mudança organizacional e comportamental dentro da empresa. O primeiro comentário é que se a gerência da empresa não está empenhada neste empreendimento, a aplicação destas técnicas fica comprometida e os resultados não são satisfatórios. É preciso que a direção da empresa esteja consciente da importância do uso do CEQ, que dela depende em grande parte o sucesso do uso destas técnicas, acompanhando, intervindo e tomando decisões, e também é importante ressaltar que se tem pela frente um trabalho árduo.

A conscientização e treinamento dos funcionários da empresa sobre a importância do controle de qualidade e de conceitos elementares de estatística também são de relevante importância. Este trabalho de dissertação procurou orientar, dentro do possível, o papel da direção e dos funcionários neste projeto.

Muitas foram as dificuldades, citamos entre elas; a fase de início sempre é a mais trabalhosa, principalmente quando há poucos dados sobre a produção, principalmente quanto ao controle de qualidade. Uma das dificuldades encontrada foi em relação a coleta de dados, por não ser funcionário das empresas, o que dificultava o acesso direto a coletas de dados necessários para a pesquisa, cujos dados eram obtidos por meio de funcionários. Outra dificuldade é a obtenção de literatura sobre cartas de controle para seqüências curtas de produção e para planejamento estatístico-econômico de CEP, ressaltamos, ainda, a falta de registros sobre o controle de qualidade que a empresa utiliza para o processo de produção.

Dentro do possível, para a empresa S, introduziu-se ou pelo menos implementou-se algumas ferramentas do Controle Estatístico de Qualidade. Primeiramente, foi à instalação da inspeção de qualidade, pelo fato de que um dos principais problemas para a Empresa S, isto é, à entrada de produtos defeituosos ou não conformes. Com a inspeção, foi possível conseguiu-se barrar lotes de componentes não conformes, evitando que entrassem no processo de produção. Desenvolveu-se um plano específico para a inspeção de qualidade. Após a inspeção de qualidade foi desenvolvido o projeto para implantação do CEP para o processo de produção. O uso das cartas padronizadas para o monitoramento do processo traz algumas vantagens, como o uso de uma mesma carta e logo número menor de cartas de controle, porque se monitora apenas o processo que possui diversos produtos; não ser necessário calcular os limites de controle e a possibilidade de monitorar na mesma carta, produtos com dispersões diferentes. As desvantagens são: a necessidade de avaliação periódica de dados históricos, o cálculo dos pontos para a carta de controle e a exigência de normalidade. O uso das cartas de controle para pequenos lotes traz vantagens como: não há a condição de normalidade e com isto se podem monitorar pequenos lotes de produção, e com o uso de tabelas apropriadas, não há necessidade de

cálculo dos limites de controle. A aplicação destas técnicas mostra a necessidade de se dar continuidade neste trabalho para corrigir e melhorar o processo de produção.

Para a empresa R, o método utilizado pela empresa para monitoramento do processo está dentro das especificações de engenharia, porém não dentro dos limites de controle. Com este procedimento adotado pela empresa, para monitoramento do processo de produção, dificilmente a empresa terá um lote para re-trabalho ou para refugo, conforme análise feita. Mas a empresa deve melhorar o seu processo para diminuir a variabilidade e sugestão é o uso da ferramenta DOE, delineamento de experimentos.

Este Trabalho foi apenas o início da implantação das ferramentas básicas do Controle Estatístico de Qualidade, para a sua consolidação há a necessidade da continuidade do uso destas técnicas, o estudo de custos de produção, com a finalidade de que as metas de melhoria sejam atingidas.

Outra extensão do tema é uma metodologia adaptada para seqüências curtas de produção com a utilização de outros tipos de cartas de controle como cusum, ewma e para dados correlacionados. E ainda desenvolvimento de software para CEP pequenos lotes.

## 4.2 CONCLUSÃO

A implantação do Controle Estatístico de Qualidade deve ser considerado como um processo de mudança organizacional e comportamental de toda a empresa. A direção da empresa tem papel fundamental no sucesso na implementação da melhoria da qualidade e produtividade. Percebe-se a necessidade e a importância do diálogo entre chefia e funcionários objetivando a troca de informações. Através da coleta de dados do processo e análise de como o sistema reage à mudança nas variáveis do processo, é fundamental para determinar o que deve ser mudado, e como deve ser iniciado o processo de mudança. Para isto, destaca-se a importância do uso de métodos estatísticos, como a inspeção de qualidade e cartas de controle.



Observou-se que o campo de aplicação do CEP é muito mais extenso do que aquele inicialmente abordado por Shewhart. É possível o uso de cartas de controle em situações em que não se atende as condições para aplicação das cartas de controle convencionais. Pode-se dizer que os preceitos básicos do CEP continuam válidos, porém, a forma de abordagem da questão deve ser modificada para a sua operacionalização nestas situações. As técnicas para pequenos lotes apresentam algumas vantagens, como: permite a marcação de diferentes tipos de produtos, ou até diferentes características de qualidade, em uma única carta de controle, reduzindo a quantidade de trabalho administrativo envolvido com a guarda e recuperação das informações do processo. Além do mais, propiciam a visualização do comportamento do processo, mesmo quando da troca de produtos no processo, permitindo uma melhor avaliação. Embora algumas técnicas de CEP em pequenos lotes exijam maior esforço computacional, em função das transformações de dados envolvidas, tal fato não se torna uma barreira, desde que o planejamento de sua implantação seja feito com cuidado.

A necessidade de se ter conhecimento mais profundo da estatística aplicada no controle de qualidade é importante para melhor interpretar e avaliar as técnicas que estão sendo utilizadas.

## REFERÊNCIAS

- AKAMINE, C. T. **Procedimentos Taguchi para atributos em horizonte finito**. Dissertação. São Paulo, 2000. IME – USP.
- BOYLES, R. A. Phase I Analysis for autocorrelated processes. **Journal of Quality Technology**, vol 32, n. 4, outubro 2000.
- CALEGARE, A. J. A. **Técnicas de garantia da qualidade**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S/A, 1985.
- CHAVES NETO, A. **Técnicas estatísticas aplicada à engenharia de qualidade**. Notas de Aula. Curitiba, [199?].
- CHIU, W.K. ; WETHERILL, G.B. A Simplified scheme for the economic design of  $\bar{X}$  - charts. **Journal of Quality technology**, v. 6, n. 2, abril 1974.
- COSTA, A F. B.; EPPRECHT, E. K.; CARPINETTI, L. C. R. **Controle estatístico de qualidade**. São Paulo: Editora Atlas, 2004.
- COSTA NETO, P. L. de O. **Estatística**. 18ª Reimpressão. São Paulo: Ed. Edgard Blücher Ltda, 2000.
- DA SILVA, L S. C. V. **Aplicação do controle estatístico de processos na indústria de laticínios lactoplasa: um estudo de caso**. Florianópolis, 1999. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC.
- DA SILVA, T. R. **Planejamento econômico-estatístico de gráficos de controle  $\bar{X}$  e R para diferentes tipos de processo**. Programa de Iniciação Científica –UNB, Brasília –DF, 2001/2002.
- DAVIS, M. M.; AQUILINO, N.J. ; CHASE, R. B. **Fundamentos da administração da produção**. 3º Ed. Porto Alegre: Editora Bookman, 2001.
- DEMING, W. E. **Qualidade: a revolução da administração**. Rio de Janeiro: Editora Marques-Saraiva, 1990.
- EPPRECHET, E. K.; TEIXEIRA, R. B. M. **Um modelo semi-econômico para otimização de gráficos de controle de processos**. SBPO – XXXIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Novembro, Campos do Jordão SP, 2001

GALUCH, L. **Modelo para implementação das ferramentas básicas do controle estatístico do processo – CEP em pequenas empresas manufatureiras.** Florianópolis, 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC.

GRIFFITH, G. K. **Statistical process control methods for long and short runs.** 2ª Ed. Milwaukee, Wisconsin: ASQ Quality Press, 1996.

JOHNSON, P.; et al. **SPC for short runs.** Editora. Perry Johnson, Inc, 1987.

LEVINE, D. M.; BERENSON, M. L.; STEPHAN, D. **Estatística: teoria e aplicações.** Rio de Janeiro: Ed. LTC, 2000.

LEVINE, D. M.; BERENSON, M. L.; STEPHAN D. **Estatística: teoria e aplicações.** Rio de Janeiro : Livros Técnicos e Científicos Editora S/A, 1998.

LINDERMAN, K.; LOVE, T. E. Economic and economic statistical designs for MEWMA control charts. **Journal of Quality Techonology.** V. 32, n. 4, outubro 2000.

KUME, H. **Métodos estatísticos para melhoria da qualidade.** São Paulo: Editora Gente, 1993.

MAGALHÃES, M. S. de; COSTA, A. F. B. **Modelo econômico para o projeto de gráficos de controle adaptativos  $\bar{X}$  e R – abordagem markoviana.** SBPO – XXXIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Novembro, Campos do Jordão SP, 2001.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to statistical process control.** 2º Ed., New York: John Wiley & Sons, Inc., 1991.

MONTGOMERY, D. C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros.** 2º Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

MONTGOMERY, D. C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade.** 4º Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

MCWILLIAMS, T. P. Economic, statistical, and economic-statistical design of  $\bar{X}$  chart designs. **Journal of Quality Techonology.** V. 26, n. 3, Julho 1994.

PANAGOS, M. R.; HEIKES, R. G. ; MONTGOMERY, D. C. Economic Design of  $\bar{X}$  Control charts for Two Manufacturing Process Models. **Naval Research Logistics Quarterly,** V. 32, p. 631-646, 1985.

PALADINI, E. P. **Gestão da qualidade no processo: a qualidade na produção de bens e serviços.** São Paulo: Atlas, 1995.

RAMOS, A. W. **CEP para processos contínuos e em bateladas.** 1º Ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2000.

RAMOS, A. W. **Controle estatístico de processo para pequenos lotes.** São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1995.

RAMOS, A. W. **Análise estatística da qualidade.** Notas de Aula. São Paulo, [199?].

ROTONDARO, R. G.; et al. **Seis sigma. estratégia gerencial para a melhoria de processos, produtos e serviços.** São Paulo: Atlas, 2002.

SANIGA, E. M.; DAVIS, J. D.; MCWILLIAMS, T. P. Economic, statistical, and economic-statistical design of attribute charts. **Journal of Quality technology**, v. 27, n. 1, Janeiro 1995.

SANIGA, E. M.; DAVIS, J. D.; MCWILLIAMS, T. P. Economic, statistical, and economic-statistical design of  $\bar{X}$  and R charts and  $\bar{X}$  and S charts. **Journal of Quality technology**, v. 33, n. 2, p. 234-241, Abril 2001.

SCHISSATTI, M. L. **Uma metodologia de implantação de cartas de Shewhart para o controle de processos.** Florianópolis, 1998. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC.

SILVER, E. A. **Lesson 19: economic design of  $\bar{X}$  control charts.** Notas de Aula, [199?].

SILVER, E. A.; ROHLEDER, T. R. The economic design of an  $\bar{X}$  control chart recognizing process improvement. **International Journal of Production Research**, v. 37, p. 393-412, 1999.

SILVER, E. A.; BISCHAK, D. P. Bayesian estimation of the rate at which a process goes out of control. **University of Calgary**, Agosto 2002.

SOARES, M. de V. P. P. **Aplicação do controle estatístico de processos em indústria de bebidas: um estudo de caso.** Florianópolis, 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC.

ST-PIERRE, N.R. Designing control charts for minimum total quality costs. **The Ohio State University. Special Circular**, p. 161-99, 2001.

TURNES, O.; LEE HO, L.; IMAÑA, C. R. **Planejamento Econômico de Gráficos  $\bar{X}$  e R para Processos Regenerativos e Não Regenerativos.** Gestão e Produção, Vol. 11, Nº 1, p. 91-100, jan-abr, 2004.

VERMANI, S. K. **Modified Nominal/Target Control Charts - A case Study in Supplier Development.** American Society for Quality (ASQ), QMJ Vol. 10, Nº 4, 2003.

WHEELER, D. J. **Short Run SPC.** SPC Press, Inc. Knoxville, Tennessee, 1991.

WISE, S. A., FAIR D. C. **Innovative Control Charting. Pratical SPC Solutions For Today's Manufacturing Environment.** ASQ Quality Press. Milwaukee, Wisconsin, 1998.

## ANEXOS

## Anexo 1 - Carta de Controle Padronizada para Atributos.

<b>S SISTEMAS ELETRONICOS LTDA</b>																				
<b>Carta de Controle Estatístico de Processo - Atributos Padronizada</b>																				
<b>Processo:</b>								<b>Amostra padrão:</b>												
<b>Carta Tipo:</b>		C	<input type="checkbox"/>	U						<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> P						<b>Funcionario:</b>		
		n																		
n padronizado n <sub>p</sub>																				
c																				
u																				
u <sub>p</sub>																				
Peça																				
$\bar{u}$																				
Pontos a plotar $\frac{u_p - \bar{u}}{\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_p}}}$																				
Amostra		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16			
LSC +3  +2  +1  LC 0																				
LIC -3		-1																		
		-2																		
		-																		



### Anexo 3 – Limites de Controle para Cartas C Pequenos Lotes

$\bar{c}$	LSC
0,01 --- 0,05	1,5
0,06 --- 0,21	2,5
0,22 --- 0,46	3,5
0,47 --- 0,79	4,5
0,80 --- 1,17	5,5
1,18 --- 1,60	6,5
1,61 --- 2,06	7,5
2,07 --- 2,56	8,5
2,57 --- 3,08	9,5
3,09 --- 3,62	10,5
3,63 --- 4,19	11,5
4,20 --- 4,77	12,5
4,78 --- 5,00	13,5
> 5,00	*

Fonte: Ramos, 1995

- 1) LSC = limite superior de controle;
- 2) Não há limite inferior de controle em nenhum caso;
- 3) O asterisco (\*) significa que se deve empregar a fórmula convencional de Gráfico de controle;
- 4)  $\bar{c} = n.u$  onde  $n$  = tamanho da amostra e  $u$  = nº médio de defeitos por unidade (por placa),  $\bar{c}$  = nº médio de defeitos por unidade de inspeção.





Apêndice 1 - Relação de variáveis.

## VARIÁVEIS PARA O CÁLCULO DO CUSTO.

### PLANEJAMENTO ECONOMICO DO CONTROLE ESTATISTICO DE PROCESSO.

Fazer a coleta por pelo menos duas semanas.

Descrição do processo:

Tipo de variável:

O processo é contínuo?

1) Tempo para amostrar e inspecionar um item (E).

Tempo em que o inspetor leva para colher a amostra, inspecionar e registrar na carta de controle.

2) Tempo de procura por um falso alarme (T0).

O inspetor detectou um sinal pela carta de controle. Inicia-se a procura do motivo deste sinal e descobre-se que o mesmo é falso. T0 é este tempo gasto para descobrir que o sinal é falso (o processo esta sob controle).

3) Tempo para descobrir a causa especial (T1).

O monitor detectou um sinal pela carta de controle. Inicia-se a procura do motivo deste sinal e descobre-se que o mesmo é verdadeiro (o processo esta fora de controle). T1 é tempo em que o monitor levou para descobrir que o sinal é verdadeiro e qual é a causa.

4) Tempo para reparar a causa especial (T2).

Após ter descoberto que o sinal dado na carta de controle é verdadeiro, inicia-se a contagem do tempo até o reparo, em que o processo volta ao estado de sob controle.

5) Custo de itens defeituosos com o processo sob controle (C0).

Determinar a % de produtos com defeito, quando o processo esta sob controle.

Utilizar a tabela abaixo se necessário (caso não exista um histórico).

$C_0 = x.p.I_{ic}$ , onde

x = custo médio para um produto defeituoso (inclui: aumento na frequência de reclamações, reposição do produto, sucateamento, reparo, ...)

p = produção por hora.

$I_{ic}$  = % de produtos defeituosos ou não conformes, quando o processo esta sob controle.

6) Custo de itens defeituosos com o processo fora de controle (C1).

Determinar a % de produtos com defeito, quando o processo esta fora de controle.

Utilizar a tabela abaixo se necessário (caso não exista um histórico).

$C1 = x.p.I_{oc}$  onde:

$x$  = custo médio para um produto defeituoso (inclui: aumento na frequência de reclamações, reposição do produto, sucateamento, reparo, ...)

$p$  = produção por hora.

$I_{oc}$  = % de produtos defeituosos ou não conformes, quando o processo esta sob controle.

7) Custo por falso alarme (Y).

8) Custo para encontrar e reparar a causa especial (W).

9) Custo fixo de amostragem (a).

Incluem despesas imediatas de salários de inspetores e técnicos, custos de qualquer equipamento de teste necessário.

10) Custo variável de amostragem (b).

Custo com teste destrutivo (se houver).

11) Número médio de ocorrências, por hora, de causas especiais ( $\lambda$ ).

Observar o tempo (em horas) em que a carta de controle apresenta um sinal, isto é, registrar os intervalos de tempo em que o processo esteve sob controle (sem nenhum sinal).

12) Desvio da média do processo, em número de desvios padrões. ( $\delta$  ou  $\Delta(\mu)$ )

13) Desvio da variância do processo, em números de desvios padrões ( $\frac{\sigma_1}{\sigma_0}$ )